

Progetto di travi in c.a.p isostatiche

Il fuso del cavo risultante e il fuso di Guyon

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso del cavo risultante

Con riferimento ad una generica sezione di una trave in c.a.p. e alle due condizioni di verifica usualmente considerate (a vuoto e in esercizio) si possono definire due andamenti limite del cavo risultante. Il primo si riferisce alla condizione a vuoto e alla sezione interamente compressa con asse neutro tangente alla sezione al lembo superiore. Il secondo si riferisce invece alle condizioni di esercizio sempre in presenza di sezione interamente compressa ma con asse neutro passante per il lembo inferiore. La prima curva (in basso) si costruisce con riferimento al momento dovuto al peso proprio M_G , la seconda (in alto) con riferimento al momento in servizio ($M_{p+q}+M_G$). Le distanze rispettivamente dalla retta limite sup. ed inf. si esprimono come segue:

$$d_i(\mathbf{x}) = \frac{M_G(\mathbf{x})}{N_i}$$

Limite inferiore del fuso
Del cavo risultante

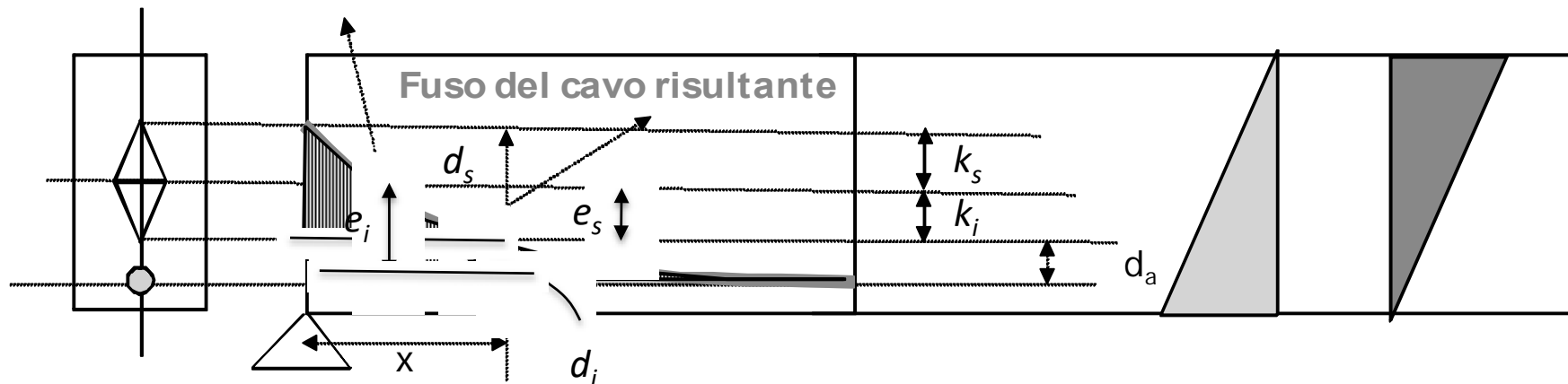
$$d_s(\mathbf{x}) = \frac{M_G(\mathbf{x}) + M_{p+q}}{N_e}$$

Limite superiore del fuso
del cavo risultante

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso del cavo risultante

L'area compresa tra le due curve è detto *fuso del cavo risultante*. Esso rappresenta l'area entro la quale far cadere il cavo risultante al fine di ottenere per le due condizioni di carico considerate una sezione sempre interamente compressa.



$$d_i(x) = \frac{M_G(x)}{N_i}$$

Limite inferiore del fuso
Del cavo risultante

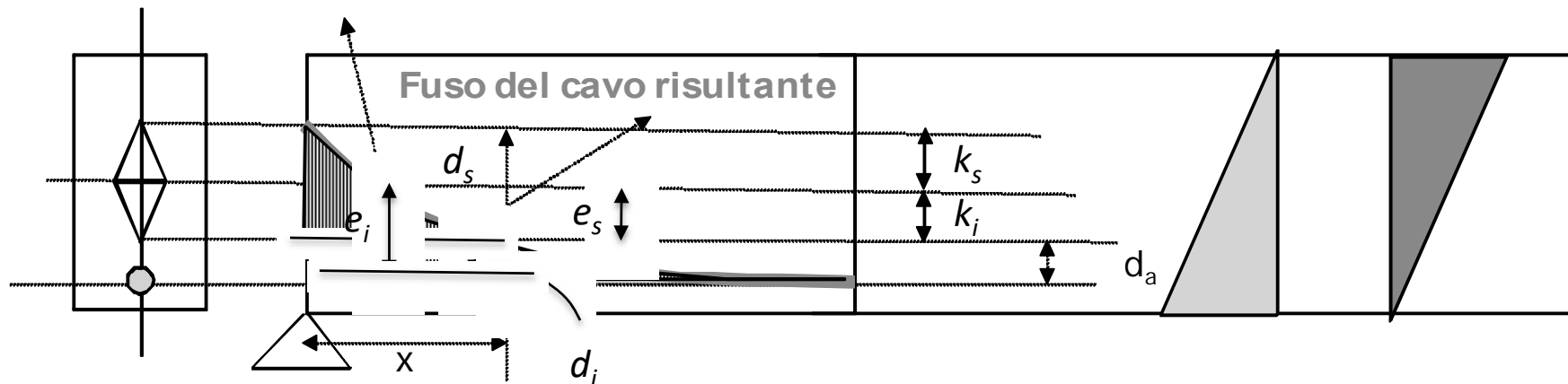
$$d_s(x) = \frac{M_G(x) + M_{p+q}(x)}{N_e}$$

Limite superiore del fuso
del cavo risultante

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso del cavo risultante

L'area compresa tra le due curve è detto *fuso del cavo risultante*. Esso rappresenta l'area entro la quale far cadere il cavo risultante al fine di ottenere per le due condizioni di carico considerate una sezione sempre interamente compressa.



$$e_i(x) = d_i(x) + k_i$$

Eccentricità
del cavo limite inferiore

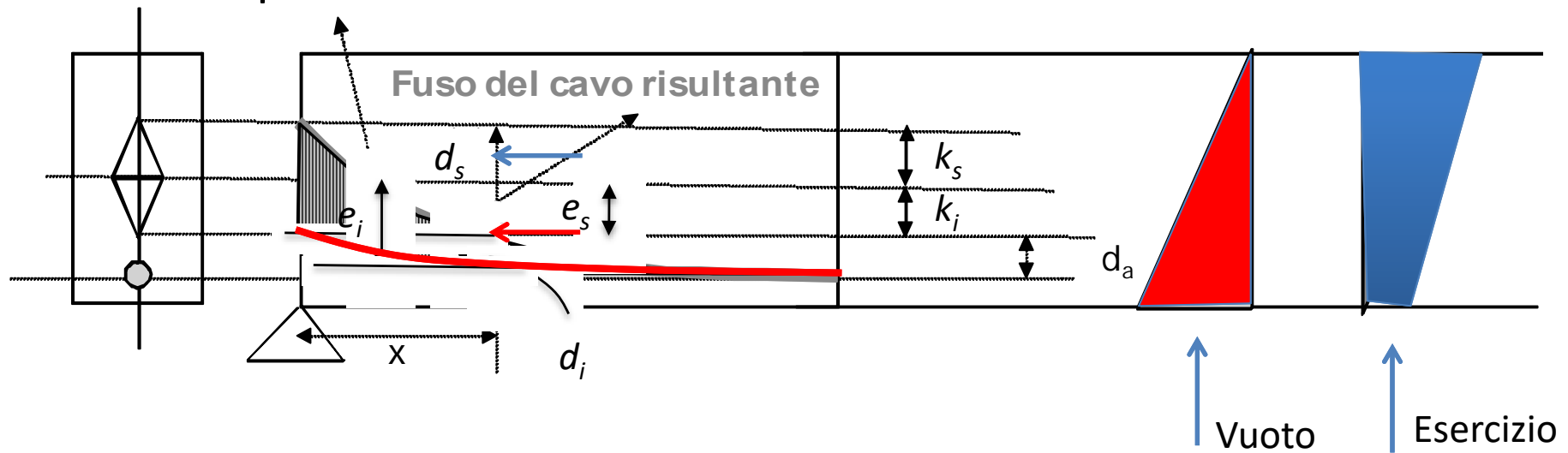
$$e_s(x) = d_s(x) - k_s$$

Eccentricità
del cavo limite superiore

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso del cavo risultante

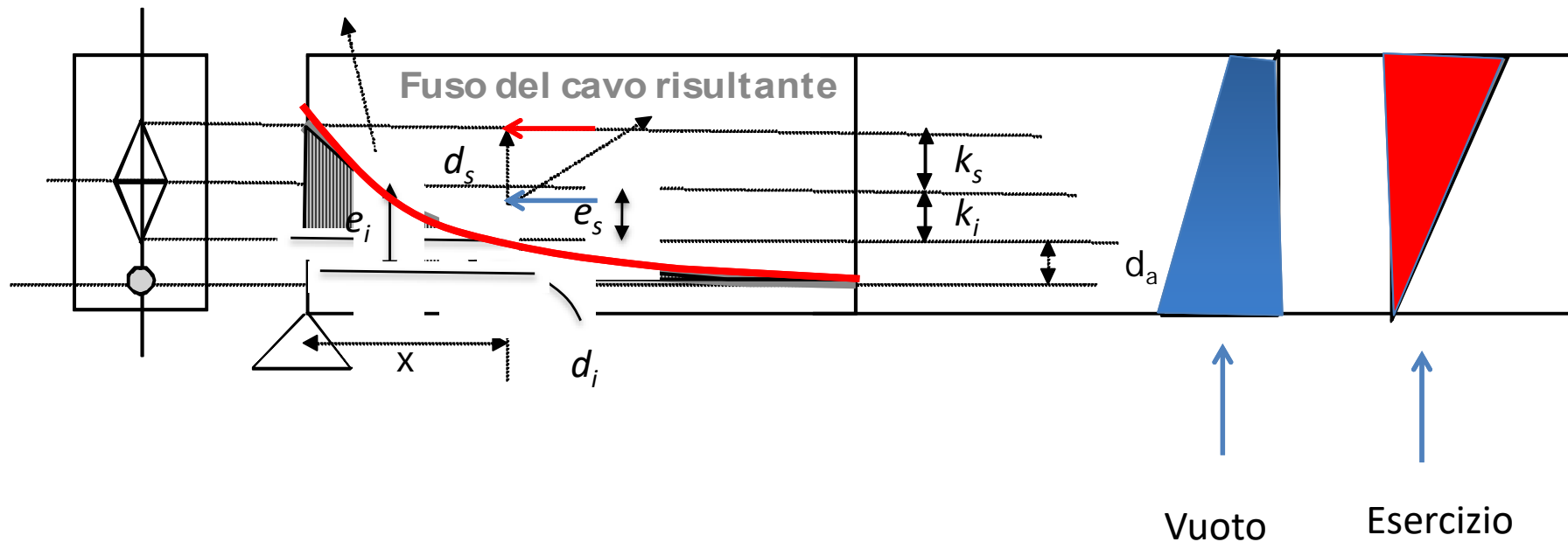
Ogni cavo passante all'interno del fuso del cavo risultante è tale che la sezione risulti sempre compressa. Ad esempio, se il cavo passasse per il limite inferiore del fuso, la sezione a vuoto sarebbe a vuoto interamente compressa con asse neutro passante per il lembo inferiore della trave. In esercizio la sezione sarebbe ancora tutta compressa ma con asse neutro fuori dalla sezione



IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso del cavo risultante

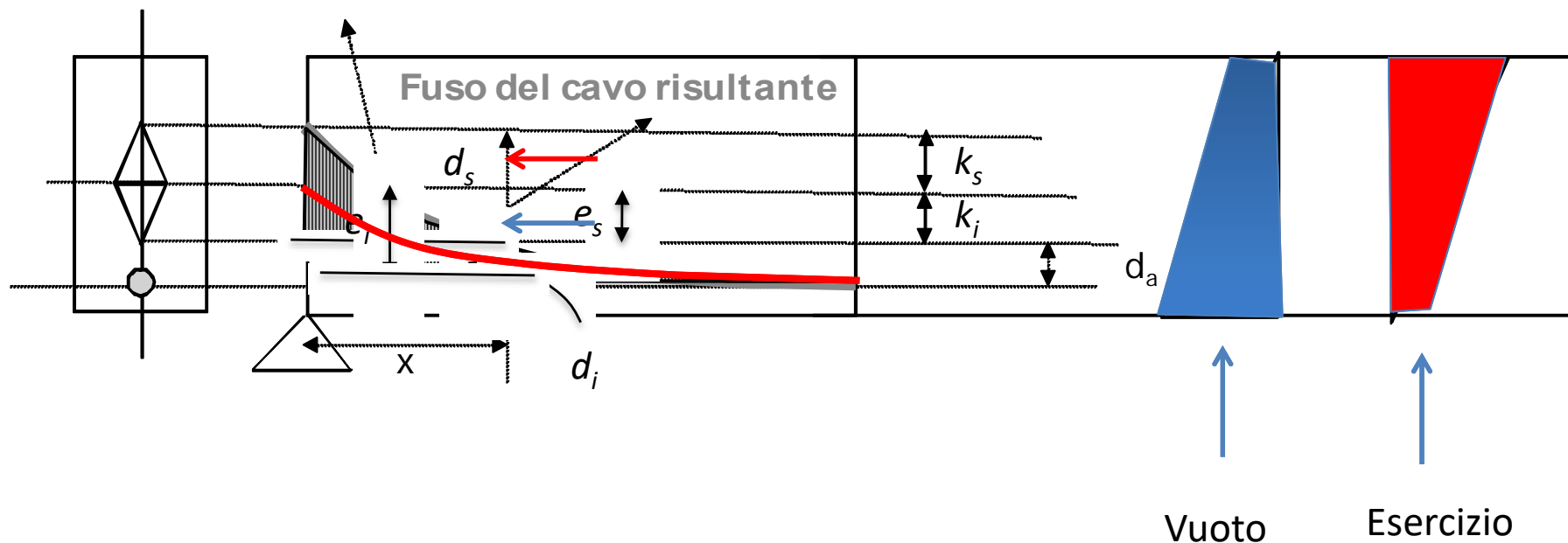
Se il cavo prescelto fosse invece coincidente con il limite superiore del fuso, a vuoto la sezione avrebbe un diagramma trapezoidale, mentre in esercizio sarebbe perfettamente triangolare con asse neutro tangente al lembo inferiore della sezione.



IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso del cavo risultante

Se il cavo passasse invece all'interno del fuso, sia in condizioni a vuoto che in condizioni di esercizio il diagramma delle tensioni sarebbe trapezoidale, anche se la sezione risulterebbe ancora tutta compressa.



IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

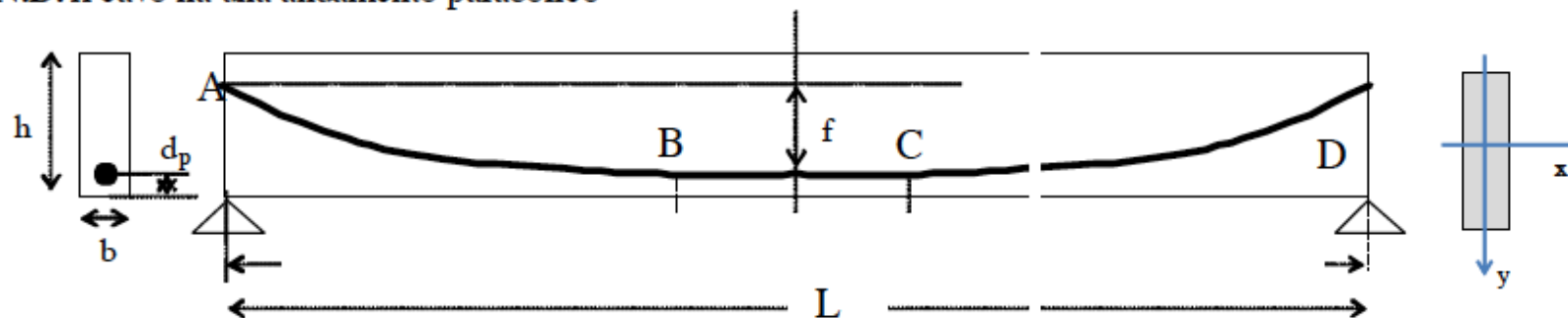
Il fuso del cavo risultante: Esercizio trave in c.a - NTC08

**CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO – perdite e cadute di tensione
verifiche dello stato tensionale allo stato limite di esercizio e verifica allo SLU.
Andamento e fuso del cavo**

Con riferimento alla trave in cemento armato precompresso a cavi post-tesi indicata in figura si valutino nel rispetto del D.M. 14.01.09:

1. le perdite di tensione in fase iniziale
2. le cadute di tensione lente in fase esercizio
3. si effettui la verifica delle tensioni allo stato limite di esercizio
4. Si effettui la verifica allo stato limite ultimo della trave
5. Si costruisca il fuso del cavo risultante e il fuso di Guyon corrispondente

N.B. il cavo ha una andamento parabolico



IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

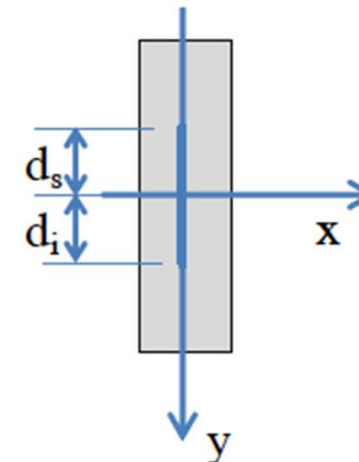
Il fuso del cavo risultante: Esercizio trave in c.a - NTC08

Per la determinazione del fuso del cavo risultante occorre conoscere i punti di nocciolo la legge di variazione del momento dovuto al peso proprio e quello dovuto ai sovraccarichi permanenti e accidentali

Punti di nocciolo

Inferiore $d_i := -\frac{W_{idsII}}{A_{idII}}$ $d_i = 0.252 \text{ m}$

Superiore $d_s := -\frac{W_{idiII}}{A_{idII}}$ $d_s = -0.262 \text{ m}$



$$M_g(x) := \frac{pp \cdot L}{2} \cdot x - pp \cdot \frac{x^2}{2}$$

Andamento del Momento dovuto al peso proprio

$$M_{es}(x) := \frac{(pp + pk + qk) \cdot L}{2} \cdot x - (pp + pk + qk) \cdot \frac{x^2}{2}$$

Momento in esercizio

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso del cavo risultante: Esercizio trave in c.a - NTC08

Limite superiore del cavo risultante

$$es(x) := \frac{Mes(x)}{Nes} + ds$$

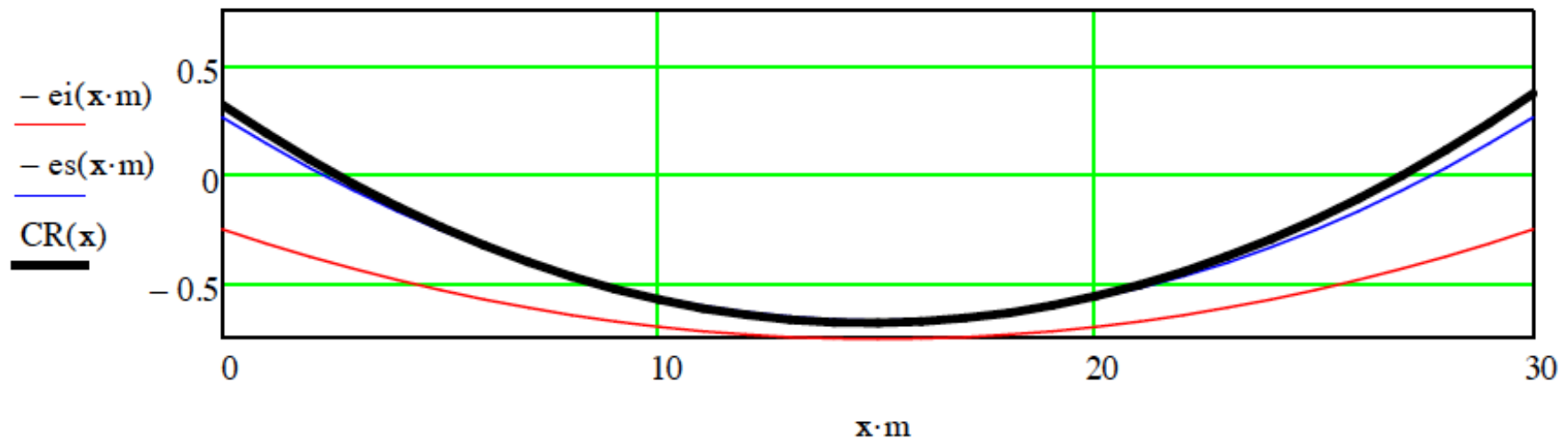
Limite Inferiore del cavo risultante

$$ei(x) := \frac{Mg(x)}{Ni} + di$$

$x := 0..30$

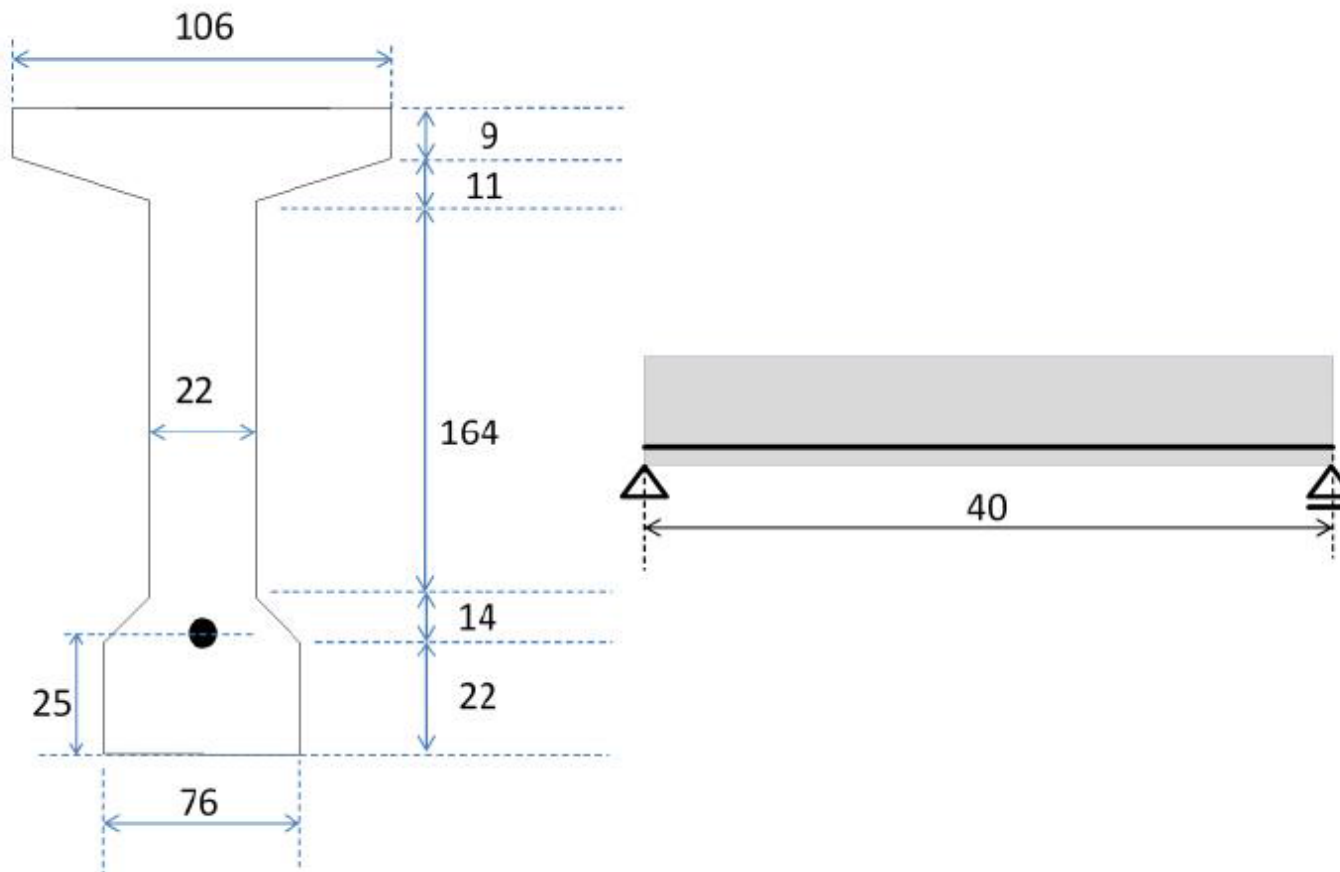
$$CR(x) := 0.004555 \cdot x^2 - 0.135 \cdot x + 1 - 0.68$$

FUSO DEL CAVO RISULTANTE



IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso del cavo risultante



IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

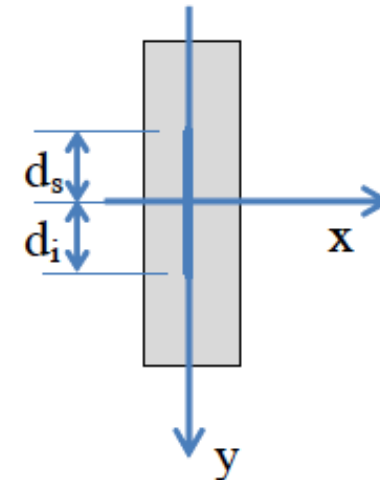
Il fuso del cavo risultante:

Per la determinazione del fuso del cavo risultante occorre conoscere i punti di nocciolo la legge di variazione del momento dovuto al peso proprio e quello dovuto ai sovraccarichi permanenti e accidentali

Punti di nocciolo

Inferiore $d_i := -\frac{W_{idsII}}{A_{idII}}$ $d_i = 0.54 \text{ m}$

Superiore $d_s := -\frac{W_{idiII}}{A_{idII}}$ $d_s = -0.572 \text{ m}$



$$M_g(x) := \frac{pp \cdot L}{2} \cdot x - pp \cdot \frac{x^2}{2}$$

Andamento del Momento dovuto al peso proprio

$$M_{es}(x) := \frac{(pp + pk + qk) \cdot L}{2} \cdot x - (pp + pk + qk) \cdot \frac{x^2}{2}$$

Momento in esercizio

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso del cavo risultante

Limite superiore del cavo risultante

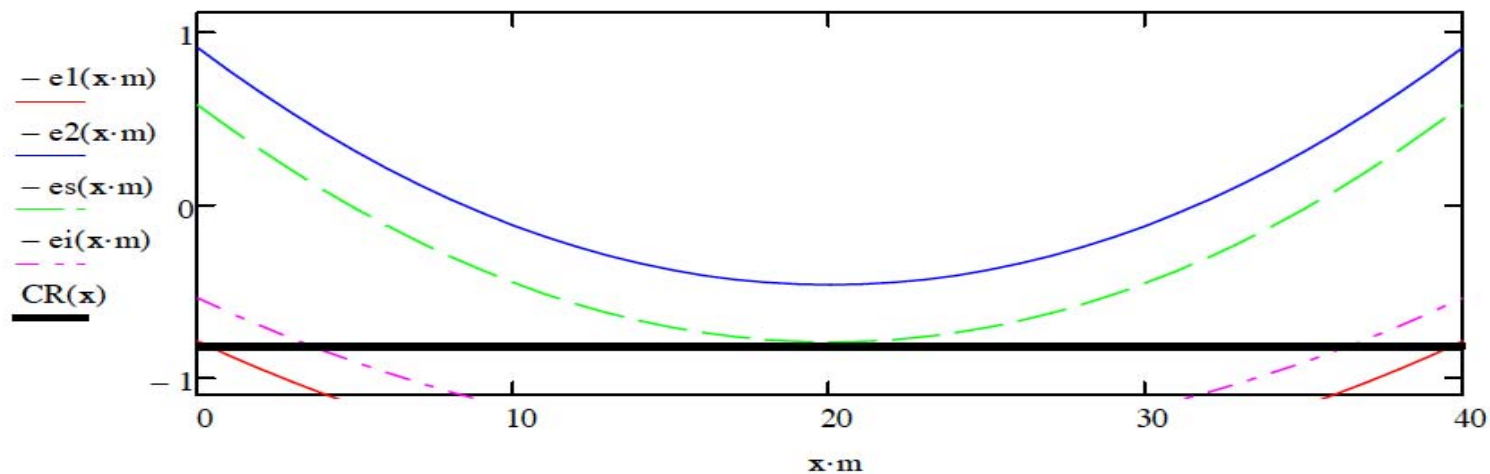
$$es(x) := \frac{Mes(x)}{Nesm} + ds$$

$$x := 0..40$$

$$CR(x) := -ep$$

Limite Inferiore del cavo risultante

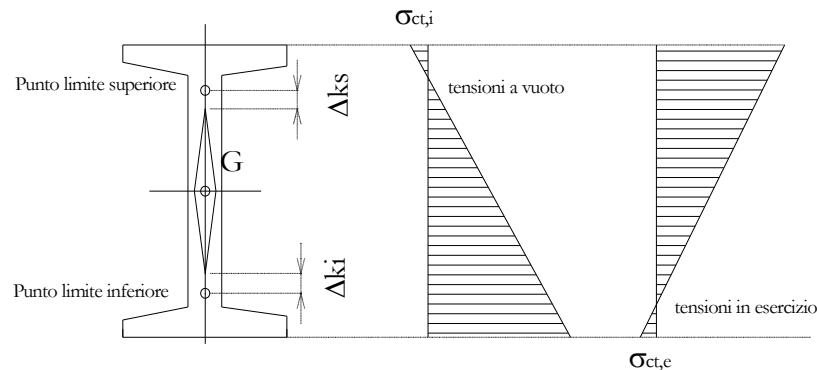
$$ei(x) := \frac{Mg(x)}{Ni} + di$$



IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon

- in fase di progetto una volta predimensionata la sezione e lo sforzo di precompressione, il fuso entro il quale fare variare il cavo viene individuato mantenendo entro i limiti normativi le tensioni massime di trazione e compressione ammissibili nel calcestruzzo
- A tale scopo si può definire uno strumento simile al fuso del cavo risultante che ha per limite superiore e inferiore curve derivanti dal rispetto delle condizioni limite di tensione



IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon

Il limite inferiore del fuso si valuta come la minima eccentricità ricavabile dalle relazione 1) e 2) (condizioni a vuoto).

$$1) \quad \sigma_{ct,i} = \frac{N_0 - \Delta N_p}{A_{id}} - \frac{(N_0 - \Delta N_p) e_{1i}}{|W_s|} + \frac{M_G}{|W_s|} \Rightarrow$$

$$e_{1i} = \frac{|W_s|}{A_{id}} \left(-\frac{\sigma_{ct,i} A_{id}}{N_0 - \Delta N_p} + 1 \right) + \frac{M_G}{N_0 - \Delta N_p}$$

$$2) \quad \frac{N_0 - \Delta N_p}{A_{id}} + \frac{(N_0 - \Delta N_p) e_{2i}}{|W_i|} - \frac{M_G}{|W_i|} = \sigma_{cc,i} \Rightarrow$$

$$e_{2i} = \frac{|W_i|}{A_{id}} \left(\frac{\sigma_{cc,i} A_{id}}{N_0 - \Delta N_p} - 1 \right) + \frac{M_G}{N_0 - \Delta N_p}$$

Il limite inferiore del fuso di Guyon è quindi dato da

$e_{min} = \min(e_{1i}, e_{2i})$. La ragione

risiede nel fatto che per soddisfare entrambe le condizioni occorre essere il più vicino possibile dal punto limite inferiore.

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon

Allo stesso modo, il limite superiore del fuso di Guyon si individua con le seguenti altre due relazioni. Il limite superiore del fuso di Guyon è dunque dato da $e_{\min} = \max(e_{1s}, e_{2s})$. La ricerca della massima eccentricità è anch'essa legata al fatto che per soddisfare entrambe le condizioni sulla tensione occorre essere il più lontano possibile da punto limite inferiore in maniera che con l'applicazione dei sovraccarichi permanenti e accidentali (M_{p+q}) non si esca dall'intervallo punto limite inferiore – superiore e non si determini così il superamento della massima tensione di trazione o compressione al lungo termine.

$$3) \quad \sigma_{cc,e} \leq \frac{N_0 - \Delta N_p - \Delta N_L}{A_{id}} - \frac{(N_0 - \Delta N_p - \Delta N_L) e_{1e}}{|W_s|} + \frac{M_G + M_p}{|W_s|}$$

$$\Rightarrow e_{1e} = \frac{|W_s|}{A_{id}} \left(-\frac{\sigma_{cc,e} A_{id}}{N_0 - \Delta N_p - \Delta N_L} + 1 \right) + \frac{M_G + M_{p+q}}{N_0 - \Delta N_p - \Delta N_L}$$

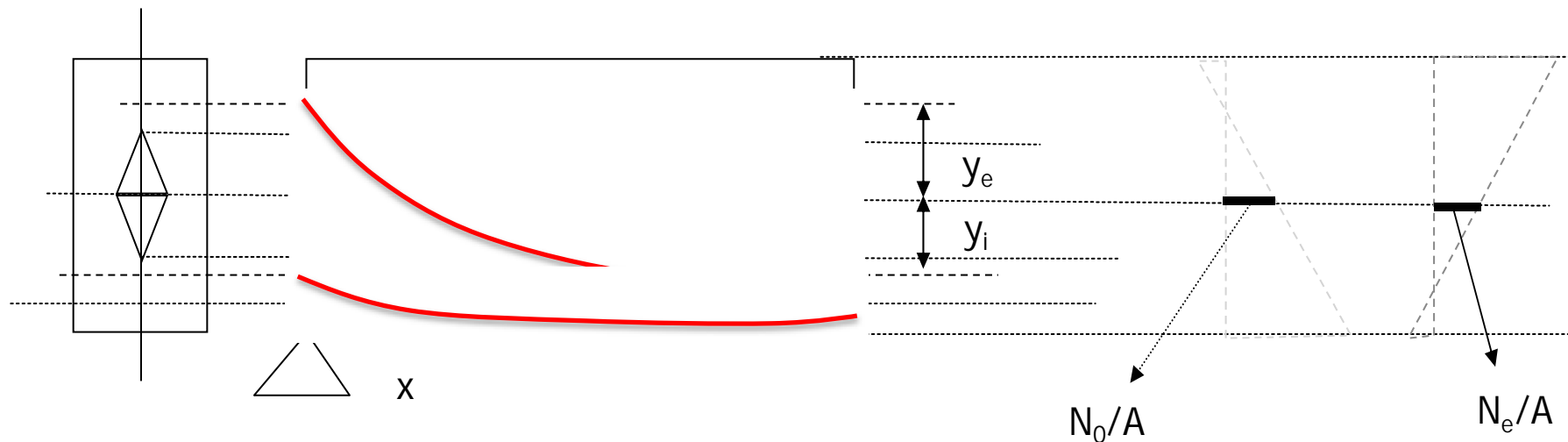
$$4) \quad \sigma_{ct,e} \leq \frac{N_0 - \Delta N_p - \Delta N_L}{A_{id}} - \frac{(N_0 - \Delta N_p - \Delta N_L) e_{2e}}{|W_i|} + \frac{M_G + M_f}{|W_i|}$$

$$\Rightarrow e_{2s} = \frac{|W_i|}{A_{id}} \left(\frac{\sigma_{ct,e} A_{id}}{N_0 - \Delta N_p - \Delta N_L} - 1 \right) + \frac{M_G + M_{p+q}}{N_0 - \Delta N_p - \Delta N_L}$$

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon

In figura è illustrato il significato geometrico del fuso di Guyon che, secondo quanto detto sopra, rappresenta il dominio (zona tratteggiata) entro il quale far ricadere il cavo risultate al fine di ottenere uno stato tensionale compatibile con le prescrizioni normative. Si osservi come il fuso contenga necessariamente il fuso del cavo risultate, per il quale la trave risulta in ogni sezione interamente compressa.



IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon: Esempio

Esempio 6.6: *Tracciare il fuso di Guyon per la trave semplicemente appoggiata illustrata in figura, la cui sezione, considerata costante, è realizzata con calcestruzzo di classe C32/40 MPa, con cemento ad alta resistenza e acciaio da precompresso da 30 trefoli $7\phi 5$ con area totale pari 41.23 cm^2 . Gli sforzi di precompressione a perdite di tensione istantanee e cadute di tensione avvenute valgono rispettivamente:*

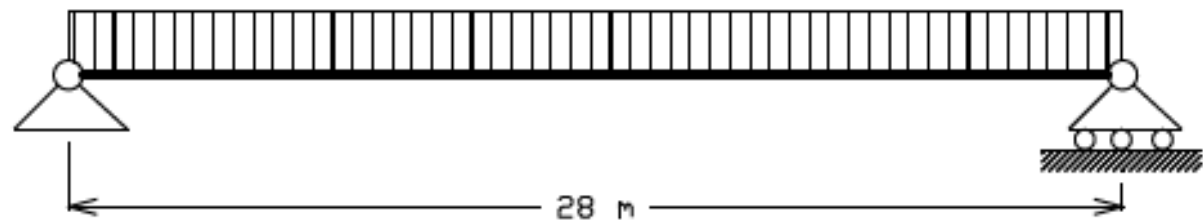
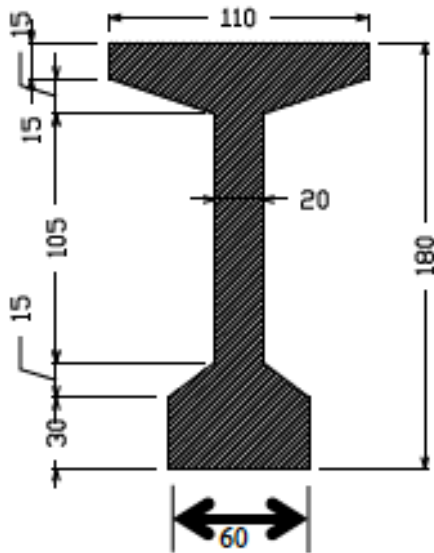
$$N_0 - \Delta N_P = 6000 \text{ kN}$$

$$N_0 - \Delta N_P - \Delta N_L = 5500 \text{ kN}$$

Il sovraccarico permanente e accidentale, considerato uniformemente distribuito sulla trave vale $Q=40 \text{ kN/m}$, riferito ad una combinazione di carichi quasi permanente.

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon: Esempio



IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon: Esempio

Nell'ipotesi di combinazioni di carico quasi permanente e tempo di applicazione della precompressione pari a $t_0=14$ gg, le tensioni ammissibili prescritte dalle NTC08 per il calcestruzzo si calcolano come segue:

Calcolo delle Resistenze

Resistenza a compressione cilindrica media:

$$f_{cm} = 8 + f_{ck} = 40 \text{ MPa}$$

Resistenza a compressione media al tempo t:

$$f_{cm}(t) = f_{cm} e^{\left(1 - \left(\frac{28}{14}\right)^{1/2}\right)} = 40 \times 0.92 = 36.8 \text{ MPa}$$

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon: Esempio

Resistenza caratteristica a compressione al tempo t:

$$f_{ck}(t) = f_{cm} - 8 = 36.8 - 8 = 28.8 \text{ MPa}$$

Resistenza a trazione cilindrica media:

$$f_{ctm} = 0.30 f_{ck}^{2/3} = 2.81 \text{ MPa}$$

Tensioni ammissibili nel cls

Compressione iniziale:

$$\sigma_{\alpha,i} = 0.7 f_{ck}(t) = 0.7 \times 28.8 \text{ MPa} = 20.16 \text{ MPa}$$



Compressione in esercizio:

$$\sigma_{\alpha,e} = 0.45 f_{ck} = 14.4 \text{ MPa}$$



(combinazione quasi permanente)

Trazione iniziale e in esercizio:

$$\sigma_{\alpha,i,e} = f_{ctm} / 1.2 = 2.34 \text{ MPa}$$



IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon: Esempio

Con le dimensioni indicate in figura la sezione presenta un'area pari a 0.712 m^2 e un baricentro posto a 0.973 m dal lembo superiore. I moduli di resistenza a flessione inferiore e superiore valgono rispettivamente:

$$W_i = 0.308 \text{ m}^3$$

$$W_s = 0.358 \text{ m}^3$$

Per semplicità queste due grandezze vengono considerate le stesse sia nelle condizioni iniziali che al lungo termine. Inoltre l'area della sezione omogeneizzata A_{id} viene assunta pari all'area dell'intera sezione di calcestruzzo.

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon: Esempio

Come spiegato in precedenza, la condizione per individuare il limite inferiore del fuso di Guyon è data dal minimo delle due seguenti eccentricità

$$e_{1i}(x) = \frac{W_s}{A_{id}} \left(-\frac{\sigma_{\alpha,i} A_{id}}{N_0 - \Delta N_p} + 1 \right) + \frac{M_G}{N_0 - \Delta N_p} = \frac{0.358}{0.712} \left(-\frac{-0.234 \cdot 7120}{5200} + \right.$$

$$\left. + \frac{M_G(x)}{5200} \right)$$

$$e_{1i}(x) = 0.6639 + 0.000192 M_G(x)$$

$$e_{2i}(x) = \frac{W_i}{A_{id}} \left(\frac{\sigma_{\alpha,i} A_{id}}{N_0 - \Delta N_p} - 1 \right) + \frac{M_G}{N_0 - \Delta N_p} = 0.7615 + 0.000192 M_G(x)$$

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon: Esempio

La condizione per individuare il limite superiore del fuso di Guyon è invece data dal massimo delle due seguenti eccentricità

$$e_{1s}(x) = \frac{W_i}{A_{id}} \left(\frac{\sigma_{\alpha,e} A_{id}}{N_0 - \Delta N_p - \Delta N_L} - 1 \right) + \frac{M_G + M_{p+q}}{N_0 - \Delta N_p - \Delta N_L}$$
$$= \frac{0.308}{0.712} \left(\frac{-0.234 \cdot 7120}{4500} - 1 \right) + \frac{M_G(x) + M_{p+q}(x)}{4500} \Rightarrow$$

$$e_{1s}(x) = -0.5927 + 0.000222 [M_G(x) + M_{p+q}(x)]$$

$$e_{2s} = \frac{W_s}{A_{id}} \left(-\frac{\sigma_{\alpha,e} A_{id}}{N_0 - \Delta N_p - \Delta N_L} + 1 \right) + \frac{M_G + M_{p+q}}{N_0 - \Delta N_p - \Delta N_L} =$$
$$-0.6428 + 0.00022 [M_G(x) + M_{p+q}(x)]$$

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

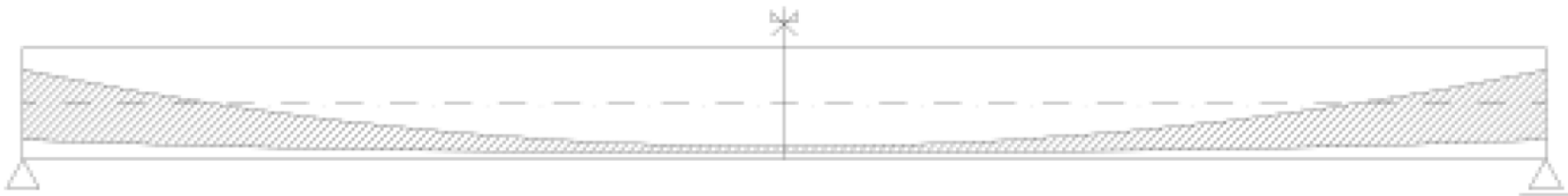
Il fuso di Guyon: Esempio

Il momento dovuto al peso proprio si calcola facilmente a partire dal peso proprio della trave espresso come segue:

$$G = (A_{id} \times \gamma_{cls}) = 0.712 \times 25 = 17.8 \text{ kN/m}$$
$$M_G(x) = GL/2 x - G x^2/2 = 249.2x - 8.9 x^2$$

Il momento dovuto al sovraccarico permanente e accidentale è pari a:

$$M_{p+q}(x) = QL/2 x - Q x^2/2 = 280 x - 10 x^2$$



IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

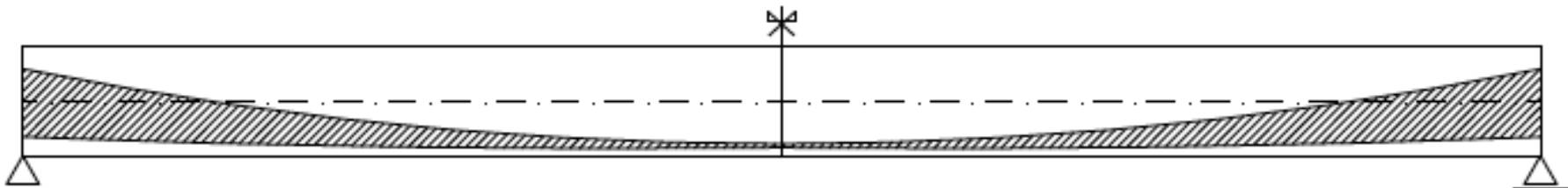
Il fuso di Guyon nelle travi a fili aderenti

Come già osservato, il cavo risultante può essere rappresentato anche da una spezzata sia nel caso di travi a cavi post-tesi che si interrompono prima della testata sia nel caso di travi a fili pretesi, in cui questi ultimi siano in qualche maniera interrotti prima della testata. In questo ultimo caso, poiché i cavi sono generalmente rettilinei e quasi sempre orizzontali, per rispettare le condizioni dettate dal fuso di Guyon si può usare la **tecnica dell'intubettamento**.

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon: considerazioni sulla forma

Il fuso di Guyon è un efficace mezzo per avere una visione immediata di quanto efficacemente sia stata progettata la trave. In particolare un fuso con la forma rappresentata in figura è rappresentativo del fatto che in presenza di determinati carichi esterni la sezione e lo sforzo di precompressione siano stati scelti in maniera adeguata. Un cavo che passi all'interno dell'area tratteggiata rispetta le condizioni limite per le tensioni sia a vuoto che in esercizio, sfruttando così tutta l'altezza della sezione.

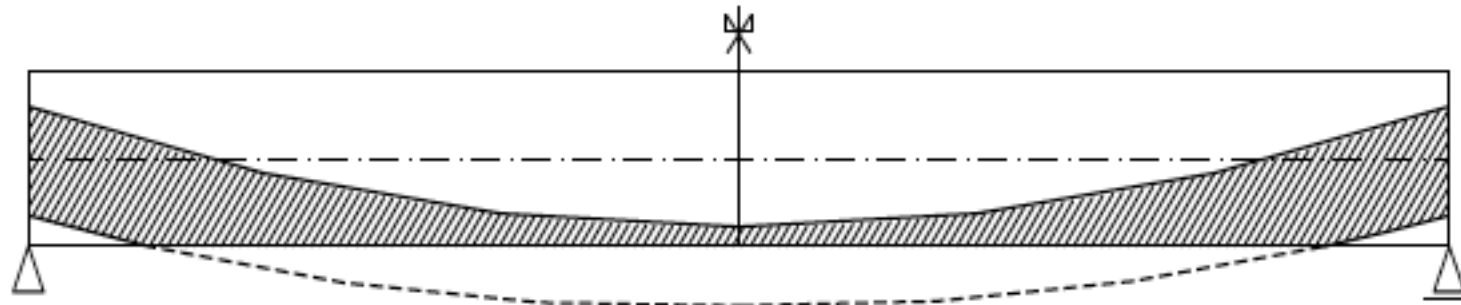


IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

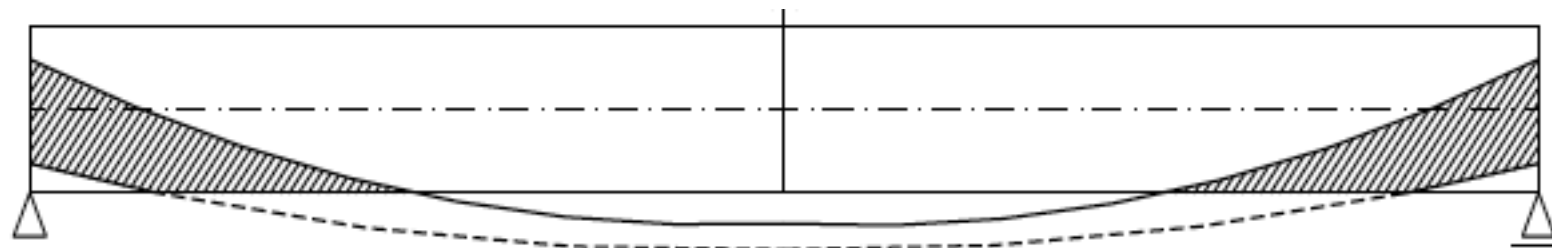
Il fuso di Guyon: considerazioni sulla forma

Ci sono casi in cui tale condizione non è del tutto verificata o addirittura non è verificata. Ad esempio la figura mostra alcuni casi in cui il fuso di Guyon non è tutto contenuto nella sezione

lc



Fuso di Guyon di una trave non ottimizzata

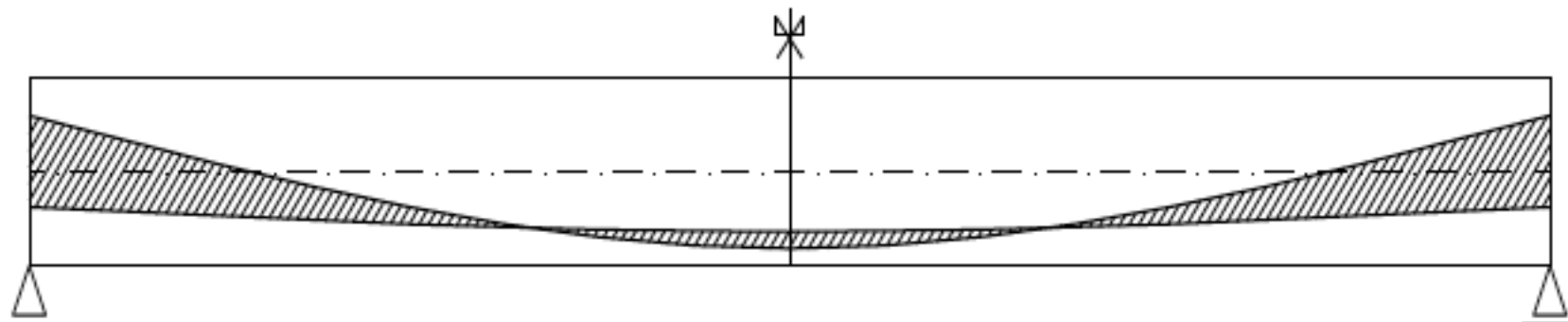


Fuso di Guyon di una trave mal progettata

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon: considerazioni sulla forma

Ci sono casi in cui tale condizione non è del tutto verificata o addirittura non è verificata. Ad esempio la figura mostra alcuni casi in cui il fuso di Guyon non è tutto contenuto nella sezione



Fuso di Guyon di una trave mal progettata

IL PROGETTO DEFINITIVO DELLA SEZIONE

Il fuso di Guyon: Travi a momento di segno variabile

Nel caso di travi con momento a segno variabile occorre maggiore attenzione nella costruzione del fuso di Guyon. Si prenda ad esempio la trave semplicemente appoggiata con due sbalzi laterali. Siano M_1 ed M_2 i due momenti relativi al solo peso proprio e in esercizio. In tal caso la costruzione deve essere fatta con riferimento alle zone a momento con segno costante:

