

Progetto di Strutture

- ▶ Dipartimento di Ingegneria
 - ▶ Corso di Laurea in Ingegneria Civile
 - ▶ A/A 2018-2019
-

SLE IN TRAVI DI C.A.

SLE nel c.a.

Per assicurare il buon funzionamento delle strutture soggette a valori dei carichi che si presentano frequentemente durante la loro vita utile.

Sono previste tre possibili combinazioni di carico associate a valori crescenti di probabilità di presentarsi nella vita utile della struttura.

► - **Combinazione rara**

$$G_k + P_k + Q_{k1} + \sum_{i=2}^n \psi_{0i} Q_{k,i}$$

- **Combinazione frequente**

$$G_k + P_k + \psi_1 Q_{k1} + \sum_{i=2}^n \psi_{2i} Q_{k,i}$$

- **Combinazione quasi permanente**

$$G_k + P_k + \sum_{i=1}^n \psi_{2i} Q_{k,i}$$

Generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine

SLE nel c.a.

Strutture in cemento armato

- 1) Limitazione dello stato tensionale (in esercizio)
- 2) Controllo di formazione e di ampiezza delle fessure
- 3) Verifiche di deformabilità

...) Controllo delle vibrazioni, del comportamento in presenza di carichi ciclici, etc. (per applicazioni particolari)

Rivestono particolare importanza in un calcolo agli stati limite, in quanto non sempre il superamento delle verifiche agli stati limite ultimi assicura il buon funzionamento sotto carichi di esercizio

SLE nel c.a.

Classi di esposizione ambientale

Norma Italiana: Ambiente poco, mediamente e molto aggressivo.

EC2 prevede 5 classi di esposizione definite in modo più analitico:

- CLASSE 1: AMBIENTE SECCO (interni di abitazioni o uffici)
- CLASSE 2: AMBIENTE UMIDO (esterno di una abitazione, interno di cucine...)
 - 2a: SENZA GELO
 - 2b: CON GELO
- CLASSE 3: AMBIENTE UMIDO CON GELO E SALINITÀ (per ritardare il gelo)
- CLASSE 4: AMBIENTE UMIDO CON SALINITÀ MARINA
 - 2a: SENZA GELO
 - 2b: CON GELO (mari freddi del nord)
- CLASSE 5: AMBIENTE CHIMICAMENTE AGGRESSIVO

SLE nel c.a. – Limitazione dello stato tensionale

E' necessario assicurarsi che il dimensionamento effettuato agli stati limite ultimo non sia tale da avere valori troppo elevati delle tensioni in esercizio (nel calcestruzzo), in quanto:

1) Può causare, nel tempo, la formazione di (micro/macro) fessurazioni in direzione verticale (soprattutto nel copriferro che non è confinato) che può pregiudicare la durabilità

Classe 1 – 2:	→	$\sigma_c \leq 0.60 f_{ck}$
Classe 3 – 4:	→	$\sigma_c \leq 0.50 f_{ck}$

**Combinazione
Rara**

2) Può essere causa di deformazioni viscosse anche ben superiori a quelle predette dalla teoria della viscoelasticità lineare;

Classe 1 – 2:	→	$\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$
Classe 3 – 4:	→	$\sigma_c \leq 0.40 f_{ck}$

**Combinazione
quasi permanente**

SLE nel c.a. – Limitazione dello stato tensionale

Per l'acciaio da armature ordinarie deve valere:

Norma Italiana

$$\sigma_s < 0.80 f_{yk} \text{ EC2}$$

SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A.

La verifica allo SLU di elementi in cemento armato ci mette a riparo da eventi che presuppongono perdita della funzione portante della struttura. Ciò naturalmente non garantisce affatto che condizioni meno gravose come quelle che sono richieste in fase di esercizio (deformazioni eccessive, fessurazione eccessiva etc..) siano automaticamente soddisfatte. Si tenga ad esempio conto della semplificazione che si ha nel calcolo delle resistenze massime, la quale presuppone la struttura già ampiamente fessurata. Tale situazione è per nulla compatibile con le condizioni richieste in esercizio per le quali le fessure devono essere invece accuratamente limitate.

L'importanza della limitazione delle fessure è uno degli aspetti centrali del comportamento in esercizio di strutture in cemento armato, in quanto fessurazioni eccessive possono compromettere in maniera irreversibile non solo l'estetica degli elementi strutturali, ma a lungo termine, anche la sua funzione statica. Infatti in tali condizioni la corrosione delle armature potrebbe ridurre fortemente l'area resistente delle stesse diminuendo così la resistenza dell'intero elemento.

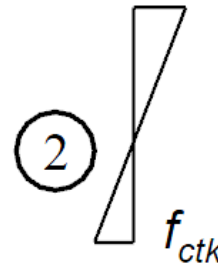
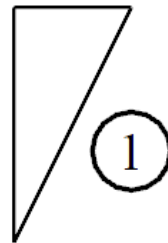
SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A.

Finalità: - Assicurare la funzionalità dell'opera
- Garantire la durabilità dei manufatti

Stati Limite di Fessurazione:

- 1) S. L. di Decompressione: fibra *tesa* ha tensione nulla
- 2) S. L. di Formazione delle fessure: fibra *tesa* ha $\sigma \leq f_{ctk}$
- 3) S. L. di Apertura delle fessure: controllo che l'ampiezza delle fessure sia compatibile con le condizioni di esercizio previste.

Sezione interamente reagente



$$\sigma = \frac{M}{I} y$$

CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

Lo stato limite di apertura delle fessure, nel quale il valore limite di apertura della fessura calcolato al livello considerato è pari ad uno dei seguenti valori nominali:

$$w_1 = 0.2 \text{ mm} \quad w_2 = 0.3 \text{ mm} \quad w_3 = 0.4 \text{ mm}$$

Lo stato limite di fessurazione deve essere fissato in funzione delle condizioni ambientali e della sensibilità dell'armatura alla corrosione.

CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

SLE per fessurazione nel c.a. (Stato limite di Fessurazione)

Tabella 5.1-X

Gruppi di esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	w_d	Stato limite	w_d
a	Ordinarie	frequente	ap. fessure	$\leq w_2$	ap. fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
b	Aggressive	frequente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$
c	Molto aggressive	frequente	formaz. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$

La classe di esposizione del calcestruzzo viene specificata mediante classi in accordo a UNI EN 206.

- Assenza di rischio di corrosione (**classe XO**)
- Presenza di rischio di corrosione
 - Indotta dalla carbonatazione (**classe XC**)
 - Indotta da cloruri in ambiente marino (**classe XS**)
 - Indotta da cloruri in ambiente non marino (**classe XD**)
- Attacco del gelo e disgelo (**classe XF**)
- Attacco chimico (**classe XA**)

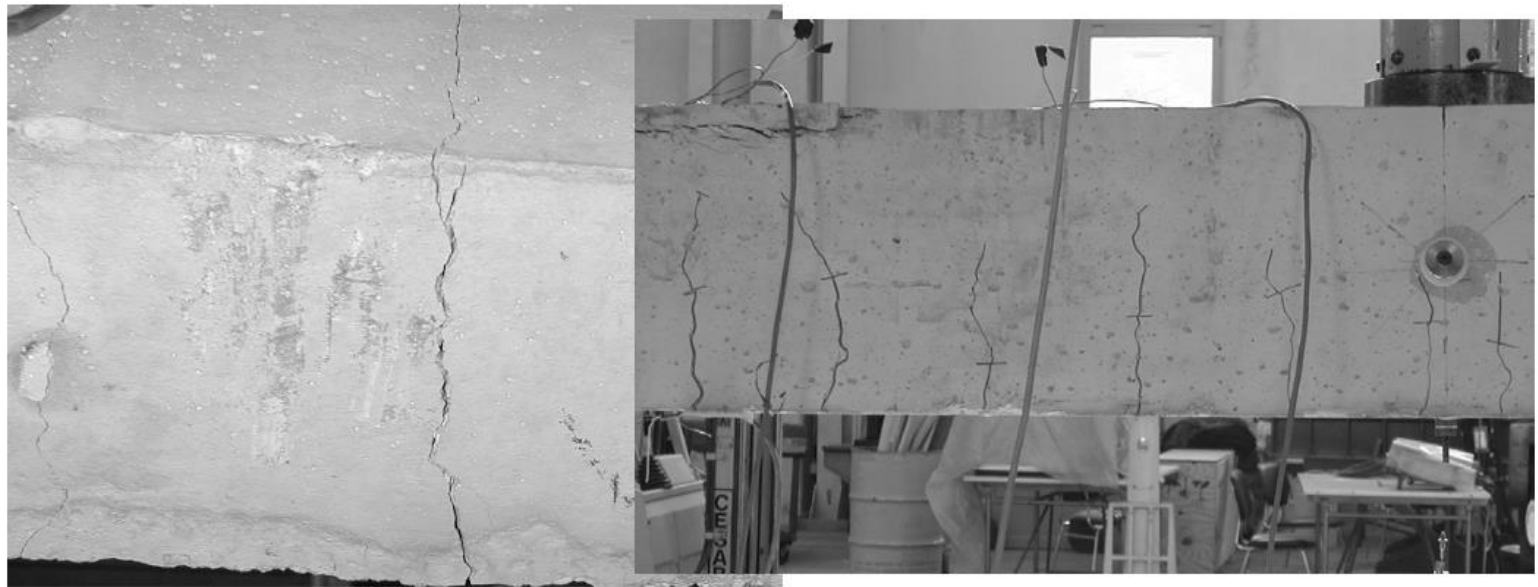
Tabella 4.1.III – Descrizione delle condizioni ambientali

CONDIZIONI AMBIENTALI	CLASSE DI ESPOSIZIONE
Ordinarie	X0, XC1, XC2, XC3, XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A.

STRUTTURE IN CEMENTO ARMATO

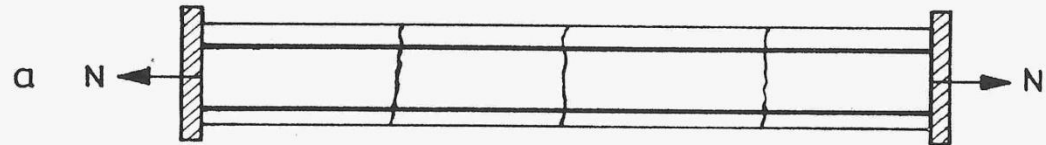
STATI LIMITE DI ESERCIZIO



SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A.

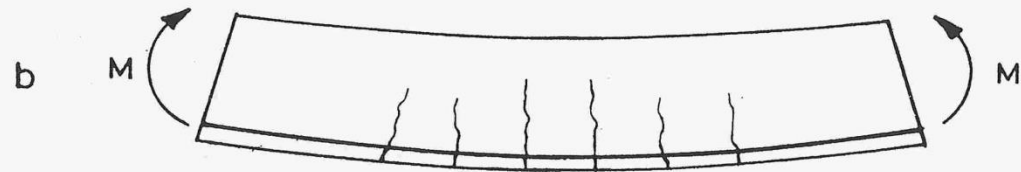
Asta tesa

Fessure Passanti



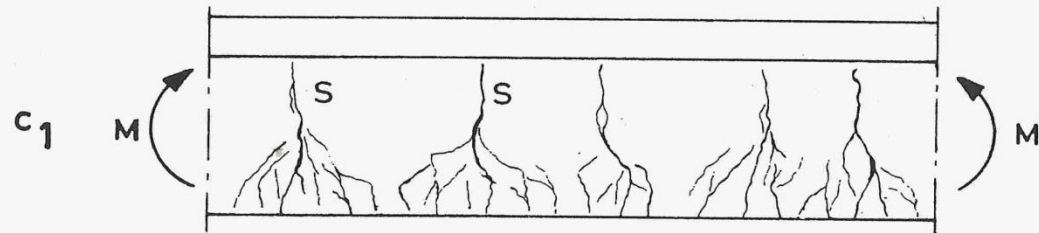
Trave con $M \sim$ costante

Fessure Flessionali



Trave a T con $M \sim$ costante

Fessure Cumulative



SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A.

Meccanismo di formazione delle fessure

La teoria della flessione nel c.a. ai fini esclusivi della valutazione della resistenza è stata formulata escludendo a priori qualsiasi contributo alla trazione da parte del calcestruzzo (II e III° stadio) che tra l'altro assume valori modesti.

Nella realtà la resistenza a trazione del cls assume un ruolo fondamentale nella trasmissione delle forze tra armatura tesa a calcestruzzo essendo l'unico mezzo che permette il passaggio delle tensioni stesse (sviluppo tensioni di aderenza).

La formazione delle lesioni da flessione dipende ovviamente da tale resistenza. Una loro valutazione quantitativa è operazione complessa in quanto coinvolge fenomeni complessi, difficili da rappresentare con modelli affidabili.

Utilizzando il semplice schema di tirante in calcestruzzo armato si può però formulare una teoria in grado di determinare quantitativamente la distanza tra le fessure e la loro ampiezza.

SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A. Formazione delle fessure

Formazione delle fessure

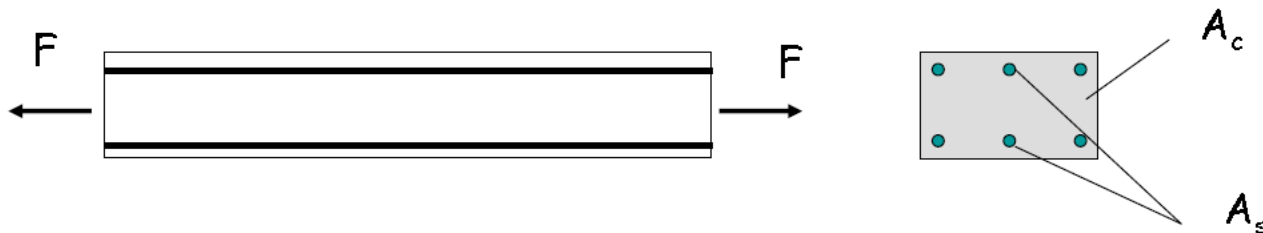
Stati tensionali (Stadio I)

Se si scrivono le equazioni di equilibrio e di congruenza, adottando i legami costitutivi elastici lineari per il calcestruzzo e per l'acciaio dopo aver fissato il rapporto tra i moduli elastici $n = E_s/E_c$ si può porre:

$$F = A_c \sigma_c + A_s \sigma_s = (A_c + nA_s) \sigma_c$$

e ricordando l'espressione della percentuale geometrica delle armature:

$$\sigma_c = \frac{F}{(A_c + nA_s)} = \frac{F}{A_c(1 + n\rho_s)}; \quad \sigma_s = \frac{nF}{(A_c + nA_s)} = \frac{nF}{A_c(1 + n\rho_s)}$$



CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

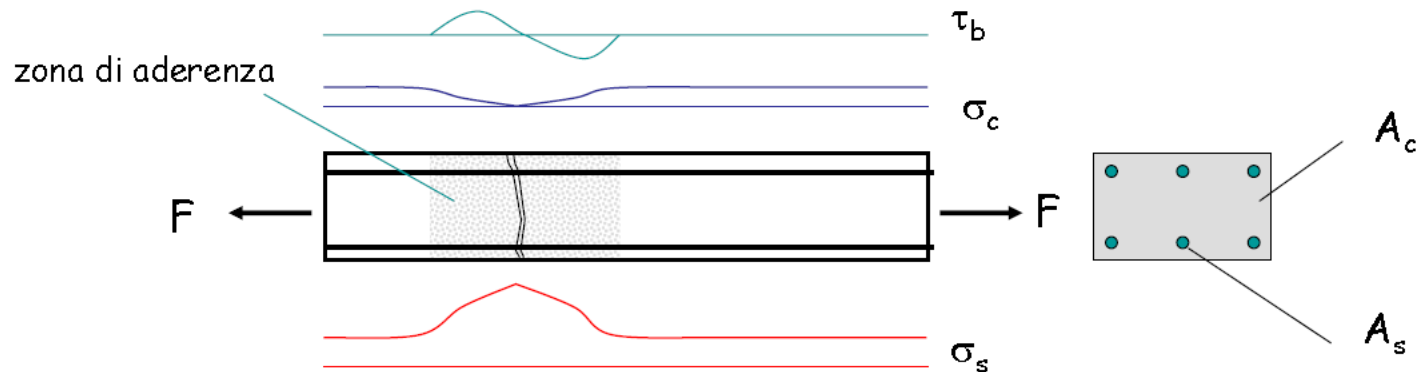
SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A. Formazione delle fessure

Formazione delle fessure

Distanza tra le fessure

Si consideri un tirante di calcestruzzo armato con sezione A_c e armatura A_s sottoposto a **Trazione**. Tutte le sezioni risultano quindi sottoposte a trazione uniforme. All'aumentare della trazione nella sezioni più debole, e solo in quella, si supererà la resistenza a trazione con la conseguente formazione di una fessura.

Nel calcestruzzo la tensione si annulla in corrispondenza della fessura aumentando man mano che ci si allontana da essa.



CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

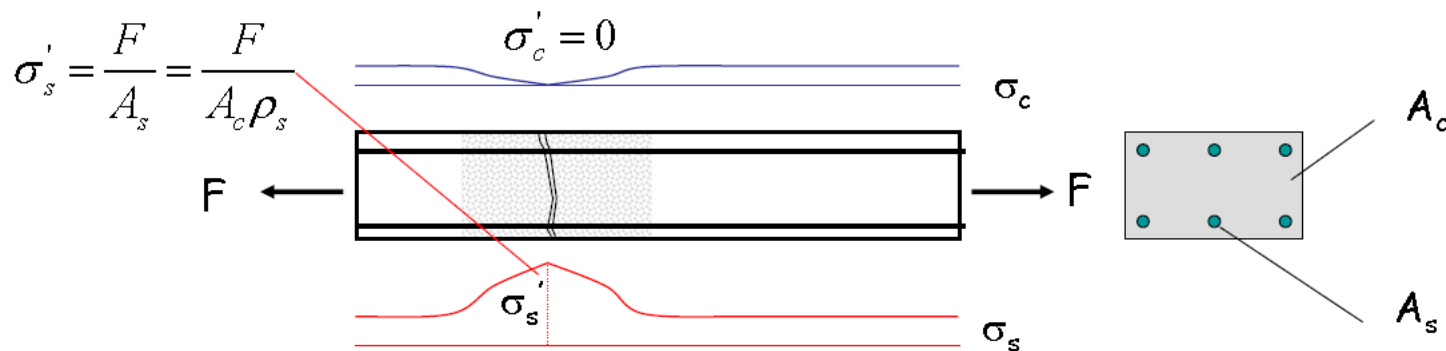
SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A. Formazione delle fessure

Formazione delle fessure

Distanza tra le fessure

Si consideri un tirante di calcestruzzo armato con sezione A_c e armatura A_s sottoposto a **Trazione**. Tutte le sezioni risultano quindi sottoposte a trazione uniforme. All'aumentare della trazione nella sezioni più debole, e solo in quella, si supererà la resistenza a trazione con la conseguente formazione di una fessura.

Nel calcestruzzo la tensione si annulla in corrispondenza della fessura aumentando man mano che ci si allontana da essa.



CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A. Formazione delle fessure

Formazione delle fessure

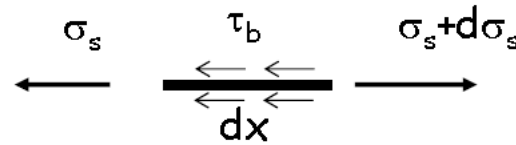
Distanza tra le fessure

Ma quanto è l'ampiezza della zona di aderenza?

Per stimare tale ampiezza basta scrivere due equazioni di equilibrio:

Per ogni barra di armatura si può scrivere:

$$\frac{\pi \cdot \phi^2}{4} d\sigma_s = \pi \cdot \phi \cdot \tau_b(x) \cdot dx \Rightarrow \frac{d\sigma_s}{dx} = \frac{4}{\phi} \tau_b(x)$$



L'ipotesi di Brice di costanza delle tensioni di aderenza lungo la zona di aderenza permette un semplice calcolo dell'integrale:

$$\sigma'_s - \sigma_s = \frac{4}{\phi} \int_0^{s_{\min}} \tau_b(x) \cdot dx \cong \frac{4}{\phi} \tilde{\tau}_b s_{\min} \Rightarrow s_{\min} = \frac{\phi}{4\tilde{\tau}_b} (\sigma'_s - \sigma_s)$$

CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A. Formazione delle fessure

Formazione delle fessure

Distanza tra le fessure

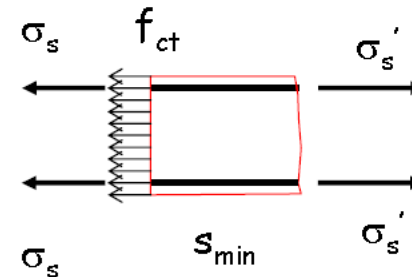
L'ipotesi di Brice pur essendo semplice mantiene tutta la sua validità soprattutto in considerazione del fatto che ogni ipotesi più complicata non arricchirebbe il modello. Infatti non sarebbe agevole il confronto sperimentale.

Scrivendo l'equilibrio del concio di tirante si ottiene:

$$\sigma'_s \cdot A_s = A_c \cdot f_{ct} + A_s \cdot \sigma_s \Rightarrow (\sigma'_s - \sigma_s) = \frac{f_{ct}}{\rho_s}$$

che sostituita nella precedente:

$$s_{\min} = \frac{\phi}{4\tilde{\tau}_b} (\sigma'_s - \sigma_s) = 0.25 \cdot \frac{f_{ct}}{\tilde{\tau}_b} \cdot \frac{\phi}{\rho_s} = 0.25 \cdot K \cdot \frac{\phi}{\rho_s}$$



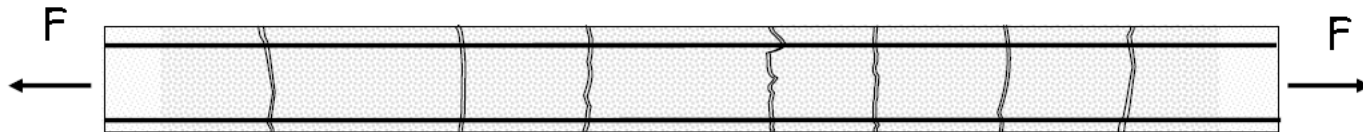
CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A. Formazione delle fessure

Formazione delle fessure

Distanza tra le fessure

Una volta che tutte le fessure si saranno formate un ulteriore incremento di carico F produce solo un allargamento delle lesioni.



CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

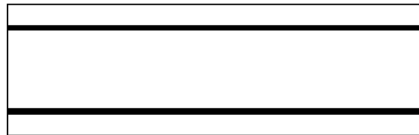
SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A. Formazione delle fessure

Valutazione dell'ampiezza media delle fessure

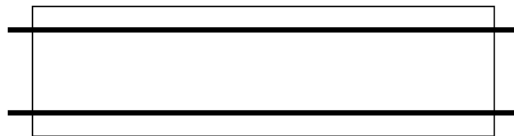
Il valore dell'ampiezza media delle fessure può essere valutato considerando la differenza di allungamento tra la barra in acciaio e il calcestruzzo posto all'interno del concio situato tra due fessure consecutive. Indicando con s la distanza tra le due fessure ed ipotizzando un andamento lineare delle tensioni lungo s (quindi, la tensione nell'acciaio decresce linearmente da σ'_s a σ_s , mentre nel calcestruzzo la tensione aumenta, sempre in maniera lineare, tra 0 e f_{ct}) si ottiene

$$\Delta s_s = \int_0^s \frac{\sigma_s(z)}{E_s} dz = \frac{\sigma'_s + \sigma_s}{2} \cdot \frac{s}{E_s} = \frac{2\sigma'_s - \Delta\sigma_s}{2} \cdot \frac{s}{E_s}$$

Prima



Dopo



$$(\sigma'_s - \sigma_s) = \frac{f_{ct}}{\rho_s}$$

CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A. Formazione delle fessure

nel calcestruzzo si ottiene

$$\Delta s_c = \int_0^s \frac{\sigma_c(z)}{E_c} dz = \frac{f_{ct}}{2} \cdot \frac{s}{E_s}$$

Questo secondo termine è sostanzialmente trascurabile, per cui il valore di ampiezza della fessura può essere stimato con

$$\Delta s = \Delta s_s - \Delta s_c \approx \Delta s_s = \frac{2\sigma'_s - \Delta\sigma_s}{2} \cdot \frac{s}{E_s}$$

Si può introdurre il valore della deformazione media dell'acciaio (ε_{sm}), ottenendo la relazione finale

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\Delta s_s}{s} = \frac{2\sigma'_s - \Delta\sigma_s}{2 \cdot E_s} = \frac{\sigma'_s}{E_s} - \frac{1}{2} \frac{f_{ct}}{\rho \cdot E_s} = \frac{\sigma'_s}{E_s} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \frac{f_{ct}}{\rho \cdot \sigma'_s} \right)$$

nella quale si nota che la deformazione della barra isolata (ossia senza la presenza del calcestruzzo) viene ridotta dalla presenza del calcestruzzo teso tra le due fessure. Tale effetto prende il nome di “tension stiffening” e contribuisce a limitare l'ampiezza delle fessure.

In ultima analisi, il valore medio di apertura delle fessure (w_m) può quindi essere stimato attraverso il prodotto della distanza media tra le fessure (s_{fm}) e il valore della deformazione media nell'acciaio (ε_{sm}), ottenendo cioè

$$w_m = s_{fm} \cdot \varepsilon_{sm}$$

che rappresenta l'equazione utilizzata da molte delle prescrizioni normative.

CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

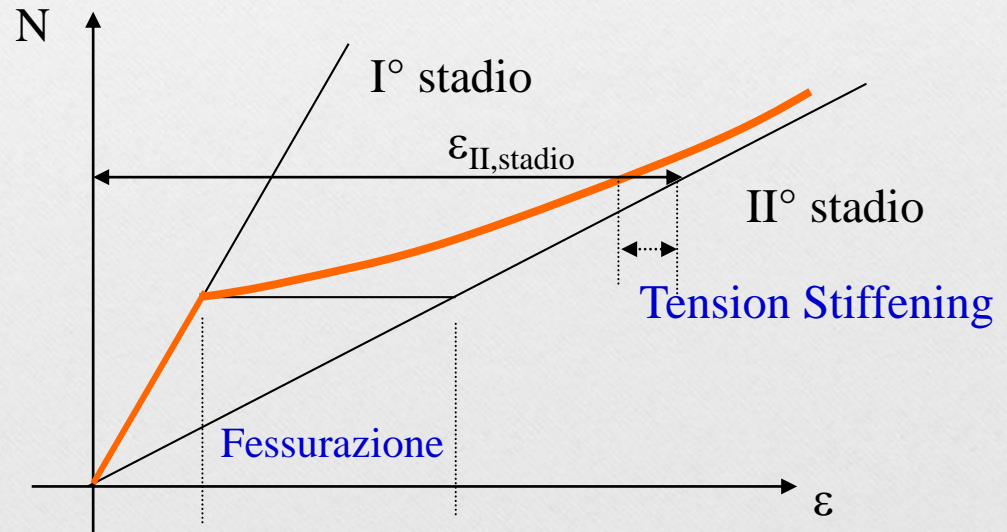
SLE nel c.a. – Fessurazione degli elementi in C.A. Formazione delle fessure

TENSION STIFFENING

Si noti che l'ampiezza massima delle fessure può essere espressa come prodotto tra la deformazione media dell'acciaio in presenza di cls e la distanza media tra le lesioni. La deformazione media dell'acciaio è a sua volta data dalla deformazione dell'acciaio in prossimità della fessura diminuita del contributo irrigidente del Cls. Quest'ultimo è spesso indicato in letteratura come Tension-Stiffening effect.

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma'_s}{E_s} \left(1 - \frac{f_{ct}}{2\rho_s\sigma'_s} \right)$$

Tension Stiffening Effect



CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

SLE per fessurazione nel c.a. (Stato limite di Fessurazione)

RIFERIMENTI NORMATIVI (EC2)

L'ampiezza caratteristica delle lesione è definita come segue:

$$w_k = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (7.8)$$

where

$s_{r,max}$ is the maximum crack spacing

ϵ_{sm} is the mean strain in the reinforcement under the relevant combination of loads, including the effect of imposed deformations and taking into account the effects of tension stiffening. Only the additional tensile strain beyond zero strain in the concrete is considered

ϵ_{cm} is the mean strain in concrete between cracks

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

SLE per fessurazione nel c.a. (Stato limite di Fessurazione)

RIFERIMENTI NORMATIVI (EC2)

Deformazione media

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

σ_s is the stress in the tension reinforcement assuming a cracked section. For pretensioned members, σ_s may be replaced by $\sigma_s - \sigma_p$ where σ_s is the total stress and σ_p is the prestress.

α_e is the ratio E_s/E_{cm}

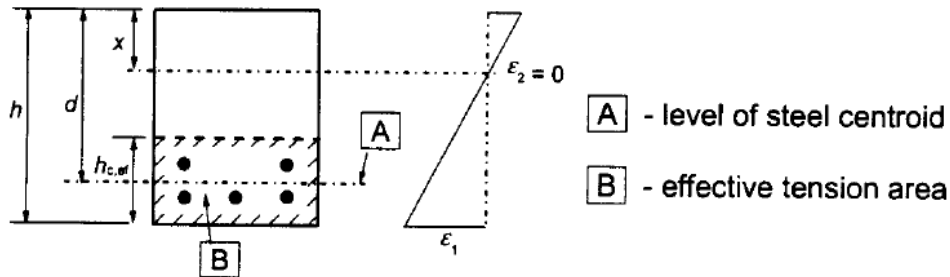
$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s + \xi_1^2 A_p}{A_{c,eff}} \quad (7.10)$$

$A_{c,eff}$ is the effective tension area. $A_{c,eff}$ is the area of concrete surrounding the tension reinforcement of depth, $h_{c,eff}$, where $h_{c,eff}$ is the lesser of $2,5(h-d)$, $(h-x)/3$ or $h/2$ (see Figure 7.1)

k_t is a factor dependent on the duration of the load

$k_t = 0,6$ for short term loading

$k_t = 0,4$ for long term loading



a) Beam

CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

SLE per fessurazione nel c.a. (Stato limite di Fessurazione)

RIFERIMENTI NORMATIVI (EC2)

Distanza massima tra le fessure

$$s_{r,max} = 3,4c + 0,425k_1k_2\phi / \rho_{p,eff}$$

where:

ϕ is the bar diameter. Where a mixture of bar diameters is used in a section, an equivalent diameter, ϕ_{eq} , should be used. For a section with n_1 bars of diameter ϕ_1 and n_2 bars of diameter ϕ_2 , the following expression should be used

$$\phi_{eq} = \frac{n_1\phi_1^2 + n_2\phi_2^2}{n_1\phi_1 + n_2\phi_2} \quad (7.12)$$

c is the cover to the reinforcement

k_1 is a coefficient which takes account of the bond properties of the bonded reinforcement:

= 0,8 for high bond bars

= 1,6 for bars with an effectively plain surface (e.g. prestressing tendons)

k_2 is a coefficient which takes account of the distribution of strain:

= 0,5 for bending

= 1,0 for pure tension

CALCOLO DELL' APERTURA DELLE LESIONI

SLE per fessurazione nel c.a. (Stato limite di Fessurazione)

RIFERIMENTI NORMATIVI (EC2)

Armatura minima

$$A_s = \frac{k_c k f_{ct,eff} A_{ct}}{\sigma_s}$$

A_s è l'area di armatura nella zona tesa;

A_{ct} è l'area di calcestruzzo nella zona tesa: la zona tesa è quella parte della sezione che risulta in trazione subito prima della formazione della fessura;

σ_s è la massima tensione ammessa nell'armatura subito dopo la formazione della fessura.

$kc = 0.5$: flessione

$kc = 1$: trazione pura

$0.5 < k < 1$