ESERCITAZIONE N. 4

CM-CR-Requisiti di regolarità

Corso di Costruzioni in Zona Sismica

A/A 2019-2020

Università degli Studi Roma Tre - Facoltà di Ingegneria

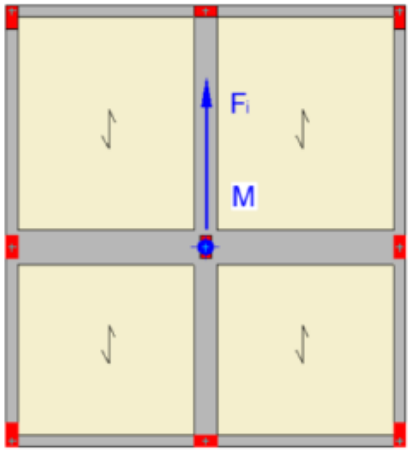
Ing. Corritore Daniele PhD

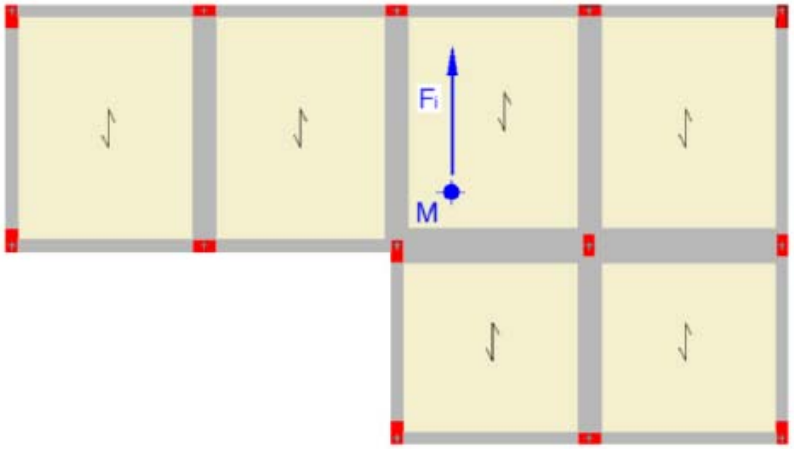
2- Centro di massa – Centro di rigidezza

COSA RAPPRESENTA IL CENTRO DI MASSA?

Durante la sua azione, il sisma induce un'accelerazione nella struttura che provoca la nascita di forze d'inerzia orizzontali, agenti al livello dei solai dei diversi piani dell'edificio, dove si può assumere concentrata la massa dell'edificio.

L'effetto delle forze orizzontali su un generico piano, è quello di farlo traslare e ruotare orizzontalmente come un corpo rigido rispetto al piano sottostante. (hp. solai rigidi nel piano).



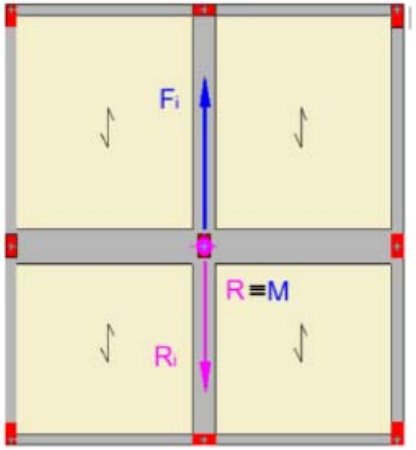


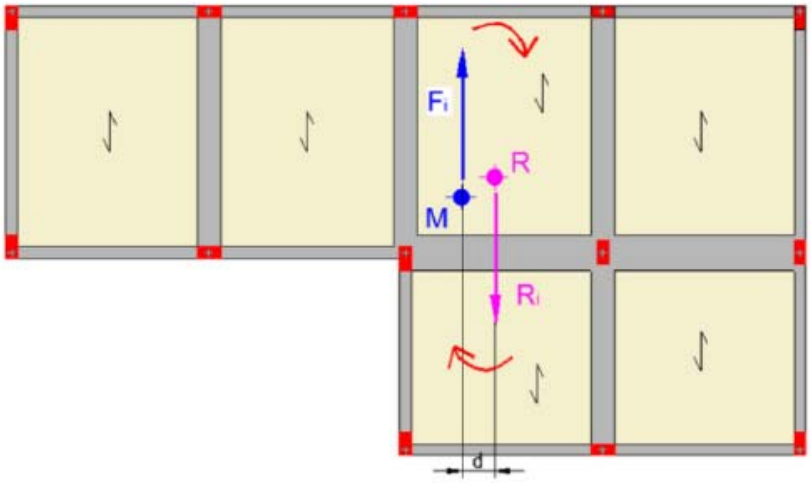
Il centro di massa CM rappresenta il punto in cui nel singolo piano, agisce la forza d'inerzia.

2- Centro di massa – Centro di rigidezza

Per effetto delle forze d'inerzia verrà imposto uno spostamento a tutti i telai e le pareti del piano (elementi resistenti in generale) e provocherà la nascita di forze orizzontali resistenti (forze di taglio) proporzionali alla rigidezza dei telai e delle pareti.
Ad esempio, con riferimento alle carpenterie della figura precedente, tale rigidezza può essere correlata ai momenti d'inerzia dei pilastri nella direzione d'ingresso del sisma.

Il centro di rigidezza CR rappresenta il baricentro delle forze orizzontali resistenti (forze di taglio) nel singolo piano.
Per l'equilibrio possiamo affermare che in tale punto è applicata la reazione dell'impalcato al sisma.





3 - Calcolo del centro di rigidezza

Esempio di calcolo semplificato del centro delle rigidezze

Si calcoli il centro di rigidezza adottando le seguenti ipotesi semplificative:

- Si trascura la deformazione a taglio degli elementi resistenti;
- Si considerano gli elementi resistenti vincolati con un incastro a terra e liberi di ruotare in sommità, in quanto si ritiene che il solaio non sia in grado di contrastare la rotazione in sommità degli elementi.

$$x_{CR} = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_{yi} x_i}{\sum_{i=1}^{n} K_{yi}} \qquad y_{CR} = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_{xi} y_i}{\sum_{i=1}^{n} K_{xi}}$$

Dove:

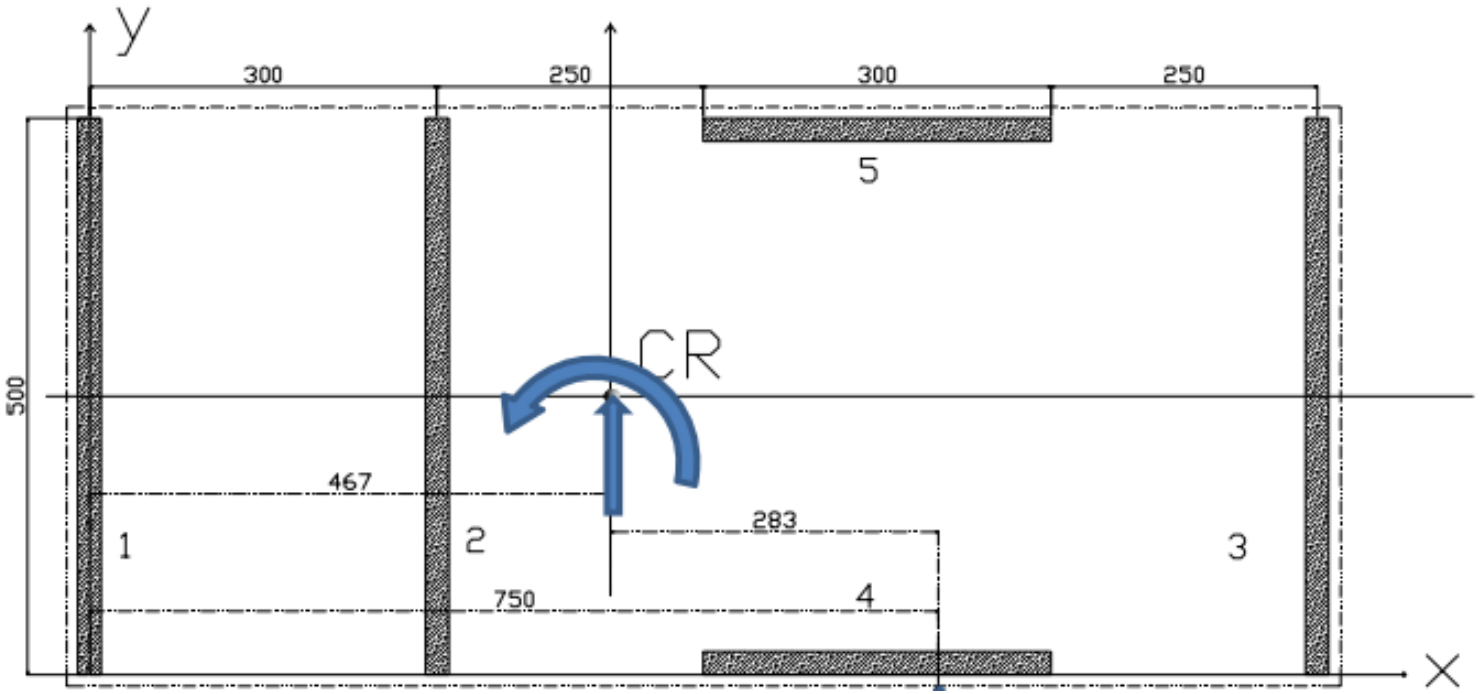
K_{yi} rappresenta la rigidezza del singolo elemento resistente lungo la direzione y

K_{xi} rappresenta la rigidezza del singolo elemento resistente lungo la direzione x

x_i, y_i rappresentano la distanza fra il baricentro del singolo elemento resistente e il sistema di riferimento fissato

3 - Calcolo del centro di rigidezza

Esempio: Si consideri il piano indicato nella figura seguente. Essendo gli elementi resistenti delle pareti, di spessore s=16, risulta $k_2 << k_1$ e dunque per semplicità trascureremo la rigidezza k_2



Si vuole calcolare il centro di rigidezza di piano.

3 - Calcolo del centro di rigidezza

Sotto le ipotesi semplificative espresse in precedenza, la rigidezza flessionale della singola parete è pari a:

$$k_i = 3\,E\,J\,/\,H^3$$

Essendo i pannelli alti H=4.5 m e realizzati in calcestruzzo armato con modulo elastico E_c=31000 MPa le rigidezze lungo la direzione y e x valgono rispettivamente:

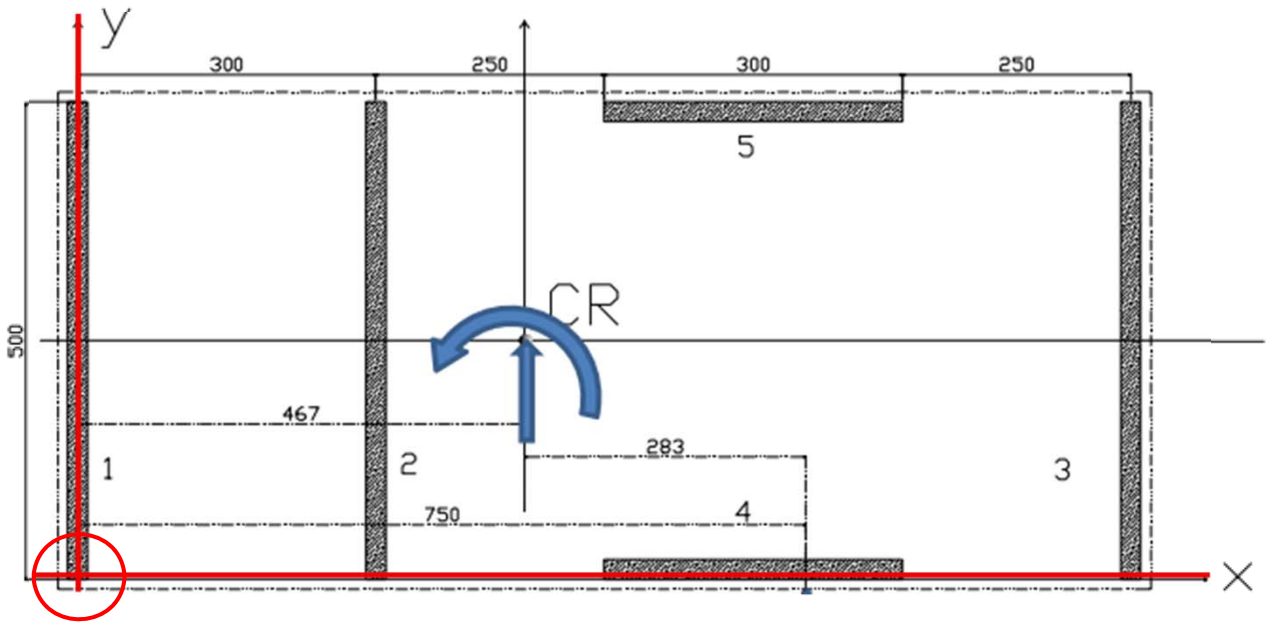
$$k_1 = k_2 = k_3 = k_y = \frac{3EJ}{H^3} = \frac{3 \times 3100 \times \frac{16 \times 500^3}{12}}{450^3} = 17.000 \ \frac{kN}{cm}$$

$$k_4 = k_5 = k_x = \frac{3EJ}{H^3} = \frac{3 \times 3100 \times \frac{16 \times 300^3}{12}}{450^3} = 3.674 \ \frac{kN}{cm}$$

Poiché il sistema possiede un asse di simmetria parallelo all'asse X l'ordinata del centro di rigidezza CR è nota e pari a y_{CR}=2.5 m.

3 - Calcolo del centro di rigidezza

Rimane da determinare la posizione del centro di rigidezza rispetto all'asse X. Ricordando la definizione di centro di rigidezza la sua ascissa avrà l'espressione:

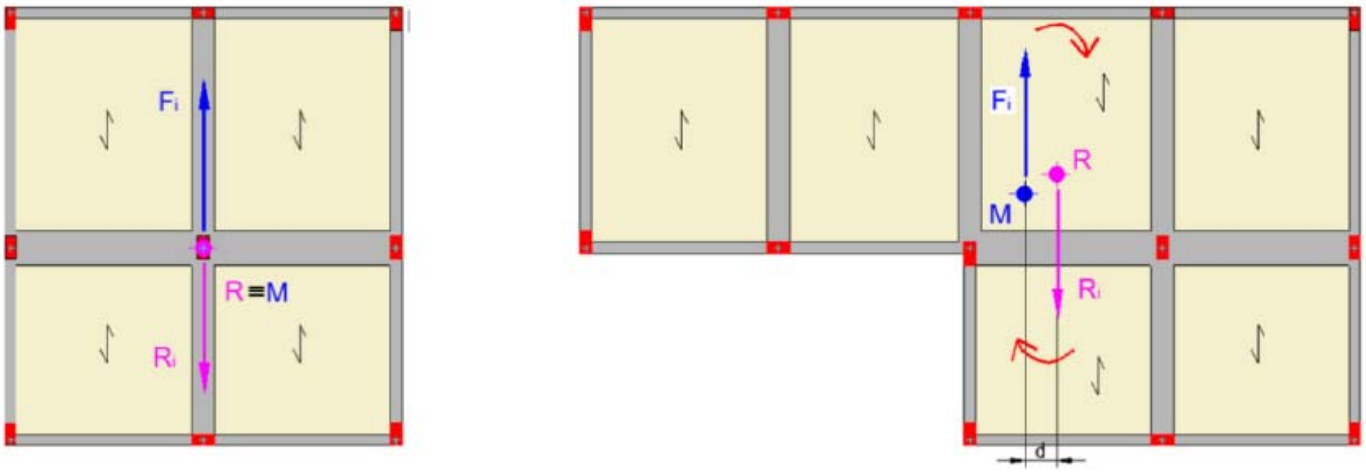


$$x_{CR} = \frac{\sum_{i=1}^{3} k_{yi} x_i}{\sum_{i=1}^{3} k_{yi}} = \frac{k_y \times 0 + k_y \times 3 + k_y \times 11}{3k_y} = \frac{14}{3} = 4.67m$$

4 – Effetti torsionali

Se CM e CR coincidono il movimento teorico del piano sarà puramente traslazionale e nell'ipotesi di solaio rigido nel piano, tutti i punti del piano subiranno un ugual spostamento.

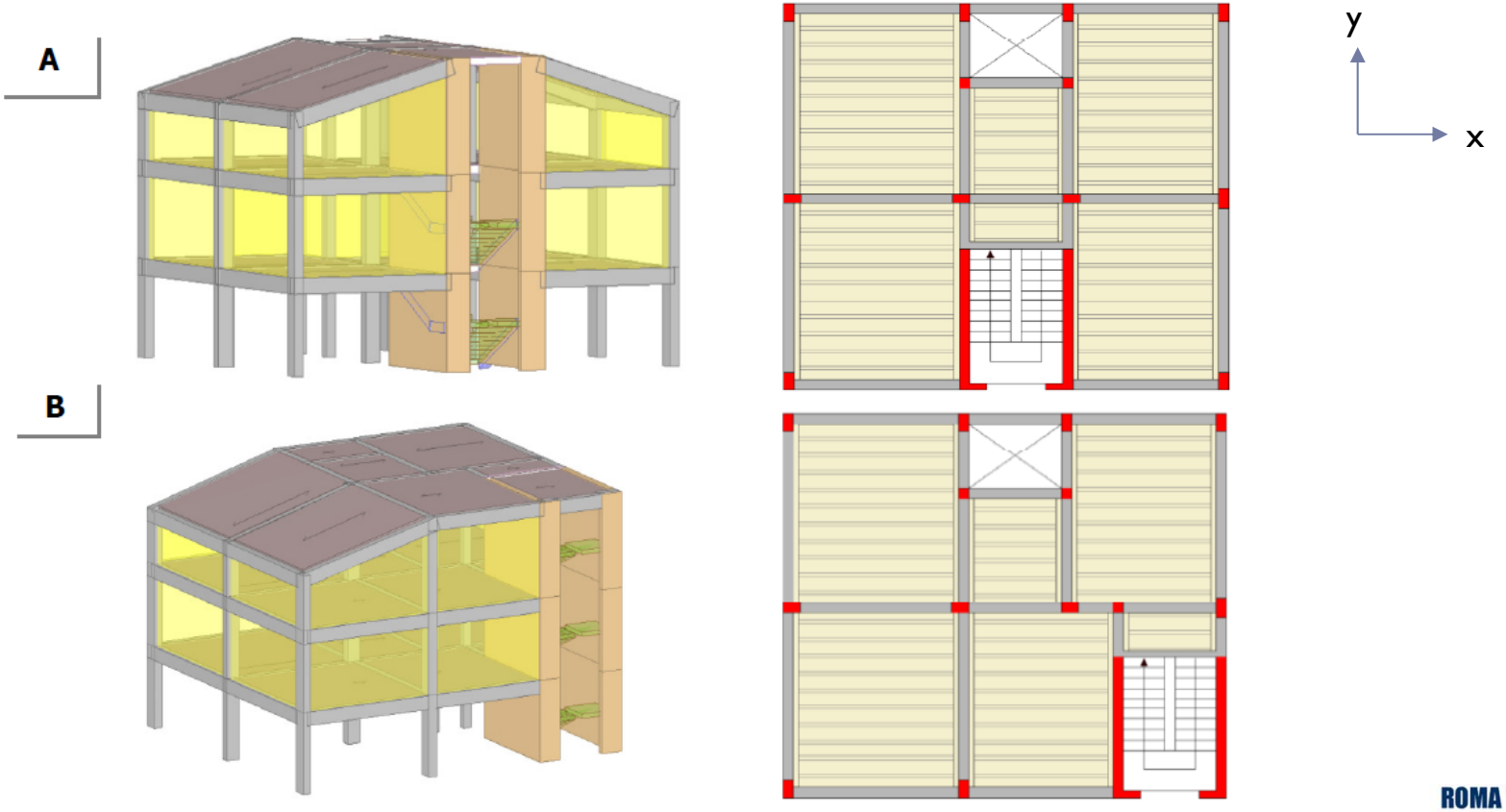
Se CM e CR non coincidono, forza agente e forza resistente non possono equilibrarsi senza che nasca anche un momento e quindi venga anche indotta una rotazione relativa del piano. Ciò comporta sia un aumento delle forze di taglio su alcuni elementi resistenti, sia ulteriori spostamenti di interpiano che possono diventare eccessivi.



Più questi punti sono distanti fra loro e maggiore è l'effetto torcente, cioè la rotazione attorno all'asse verticale, che si associa alla naturale traslazione dei vari solai dell'edificio durante il terremoto.

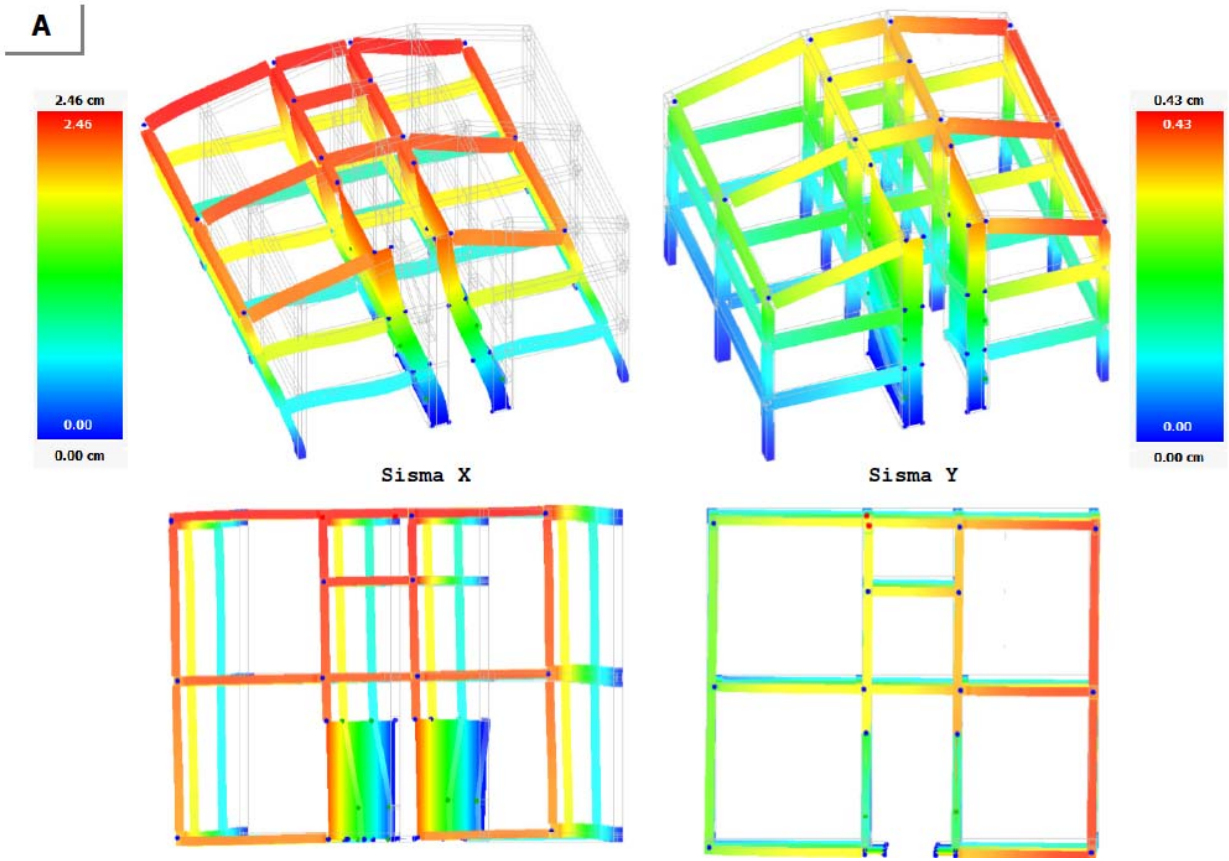
4 – Effetti torsionali

Nell'esempio che segue possiamo osservare gli effetti dovuti al diverso posizionamento planimetrico del corpo scala, realizzato mediante setti verticali in c.a., di un edificio a tre elevazioni.



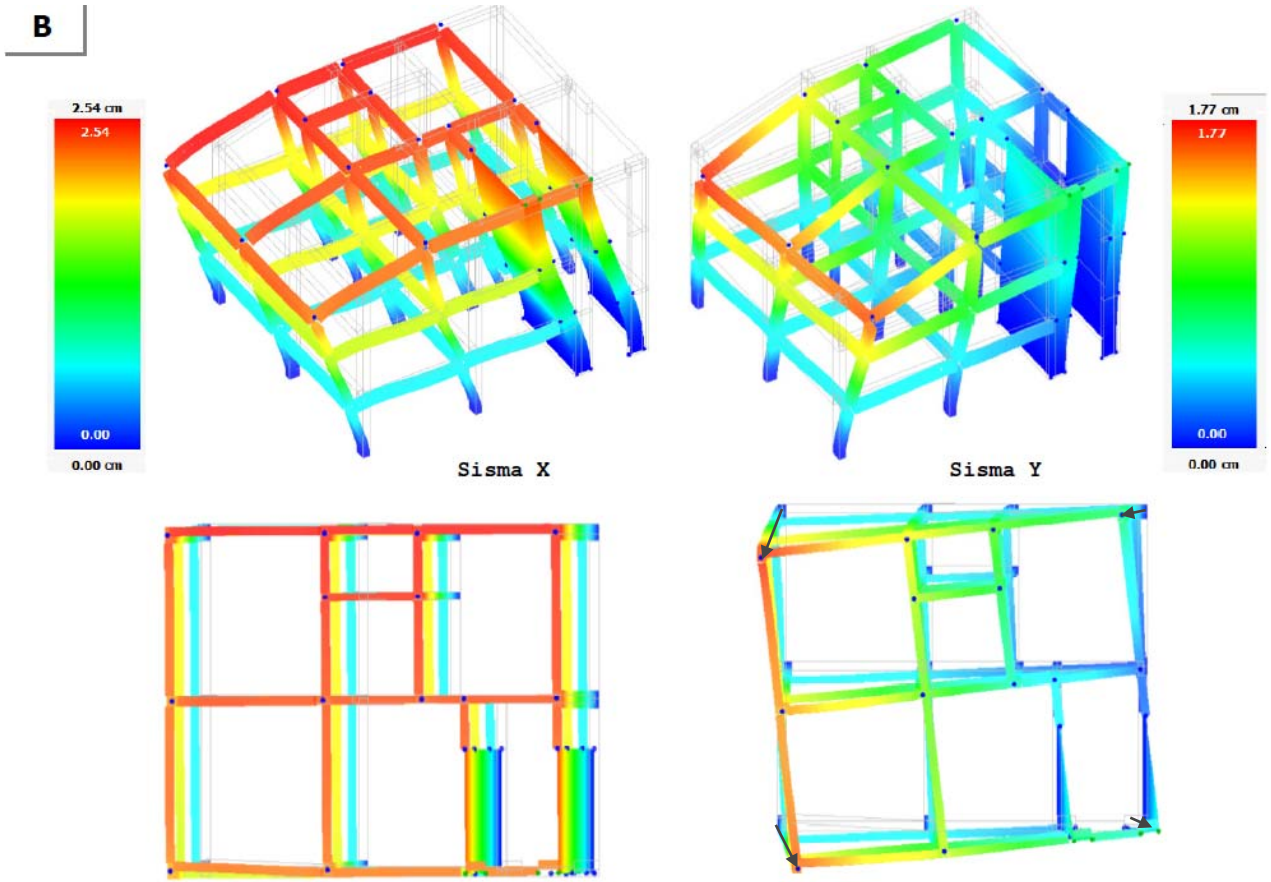
4 – Effetti torsionali

Nell'esempio che segue possiamo osservare gli effetti dovuti al diverso posizionamento planimetrico del corpo scala, realizzato mediante setti verticali in c.a., di un edificio a tre elevazioni.



4 – Effetti torsionali

Nell'esempio che segue possiamo osservare gli effetti dovuti al diverso posizionamento planimetrico del corpo scala, realizzato mediante setti verticali in c.a., di un edificio a tre elevazioni.



4 – Effetti torsionali

Gli spostamenti indotti dal sisma in direzione x non variano molto nei due casi A e B. Le differenze maggiori si notano nella componente sisma y, poiché nella direzione y la struttura è molto più rigida e lungo l'asse y avrò una maggiore distanza fra CM e CR.

CONCLUSIONE

LA CONOSCENZA DEL CM E DEL CR, NONCHE' LA MINIMIZZAZIONE DELLA LORO DISTANZA, RISULTA UN ASPETTO DI FONDAMENTALE IMPORTANZA PER EVITARE EFFETTI TORSIONALI SFAVOREVOLI E QUINDI ECCESSIVE DEFORMAZIONI DEGLI ELEMENTI PIU' LONTANI DAL CENTRO DI RIGIDEZZA CON CONSEGUENTE RICHIESTA NON UNIFROME DI DUTTILITA' .

Edifici regolari

EDIFICI REGOLARI

VANTAGGI COMPUTAZIONALI

Analisi Semplificate

Analisi Statica Lineare

Effetti torsionali valutati mediante coefficienti di amplificazione dell'azione sismica

Modelli semplificati

Modelli piani separati nelle due direzioni principali

Riduzione dei gradi di libertà

Solai rigidi : 3 gradi di libertà

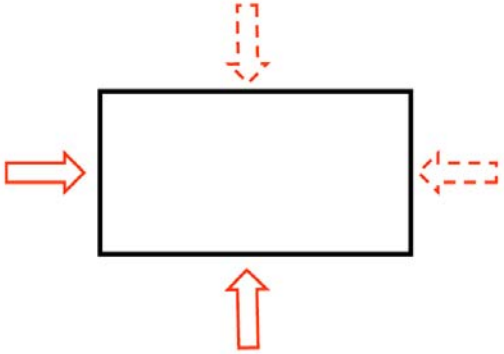
VANTAGGI ECONOMICI

Abbattimento delle azioni sismiche di progetto fino al 25% rispetto agli edifici irregolari, per effetto di valore favorevole del fattore di struttura

Azione sismica

DIREZIONI DI APPLICAZIONE DELL' AZIONE SISMICA (NTC 7.2.2)

Le costruzioni devono essere dotate di sistemi strutturali che garantiscano rigidezza e resistenza nei confronti delle due componenti ortogonali orizzontali delle azioni sismiche. Nei casi precisati in § 3.2.4.1 si deve inoltre tener conto della variabilità spaziale del moto sismico.



La componente verticale deve essere considerata solo in presenza di :

- elementi pressoché orizzontali con luce superiore a 20 m;
- elementi precompressi (con l'esclusione dei solai di luce inferiore a 8 m),
- elementi a mensola di luce superiore a 4 m;
- strutture di tipo spingente, pilastri in falso, edifici con piani sospesi, ponti, costruzioni con isolamento nei casi specificati in § 7.10.5.3.2.

Azione sismica

RISPOSTA ALLE DIVERSE COMPONENTI DELL'AZIONE SISMICA (NTC 7.3.5)

Se la risposta viene valutata mediante **analisi statica o dinamica in campo lineare**, essa può essere calcolata separatamente per ciascuna delle tre componenti.
Gli effetti sulla struttura (sollecitazioni, deformazioni, spostamenti, ecc.) sono combinati successivamente, applicando la seguente espressione:

$$1,00 \cdot E_x + 0,30 \cdot E_y + \cancel{0,30} \cdot E_z$$

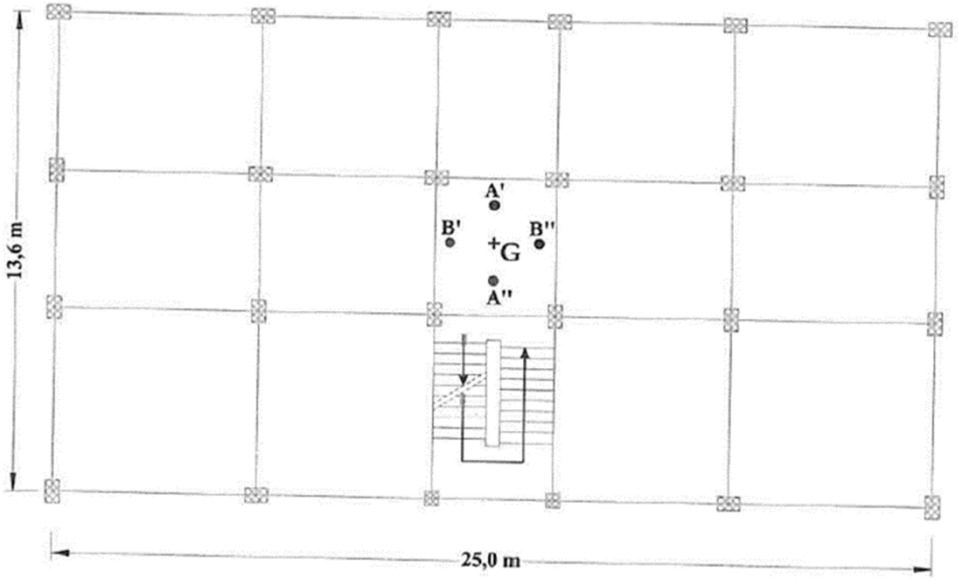
con rotazione dei coefficienti mol~~tiplicativi e conseguente~~ individuazione degli effetti più gravosi.
La componente verticale verrà tenuta in conto ove necessario (v. § 7.2.1).

↓

Nel progetto occorrerà considerare unicamente le due componenti ortogonali orizzontali.

Azione sismica: Variabilità spaziale del moto

§ 7.2.6 Per tenere conto della variabilità spaziale del moto sismico, nonché di eventuali incertezze nella localizzazione delle masse, al centro di massa deve essere attribuita una eccentricità accidentale rispetto alla sua posizione quale deriva dal calcolo. Per i soli edifici ed in assenza di più accurate determinazioni l'eccentricità accidentale in ogni direzione non può essere considerata inferiore a 0,05 volte la dimensione dell'edificio misurata perpendicolarmente alla direzione di applicazione dell'azione sismica. Detta eccentricità è assunta costante, per entità e direzione, su tutti gli orizzontamenti.



Azione sismica: Variabilità spaziale del moto

COMBINAZIONI DELL'AZIONE SISMICA

Alla luce di quanto detto a rigore si dovranno considerare 8 coppie di azioni ortogonali:
+ e - azione sismica in direzione x combinata con + e – il 30% dell'azione sismica lungo y;
+ e – azione sismica in direzione y combinata con + e – il 30% dell'azione sismica lungo x;
Da moltiplicare per le 4 possibili posizioni del centro di massa per un totale di:

32 COMBINAZIONI

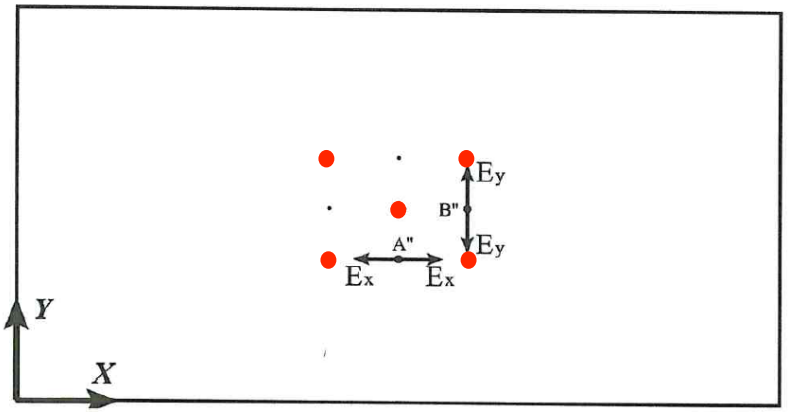
Naturalmente la semplice sovrapposizione degli effetti è consentita dalla linearità del modello adottato.
La verifica allo stato limite ultimo SLV e stato limite di esercizio SLD devono pertanto essere effettuate considerando 32 diverse combinazioni del tipo:

$$F_d = G_1 + G_2 + E + \psi_2 \cdot Q_k$$

Essendo E l'azione simica, G_1 e G_2 il valore caratteristico delle azioni permanenti, Q_k il valore caratteristico delle azioni accidentali e ψ_2 il coefficiente di combinazione dei carichi riportato in tabella nelle NTC2018.

Azione sismica: Variabilità spaziale del moto

Ad esempio considerata un'azione sismica orizzontale applicata lungo una direzione passante per A", i cui effetti vengono indicati con E_x, ed una ad essa ortogonale applicata secondo una direzione passante per B", i cui effetti vengono indicati con E_y, le prime 8 combinazioni risultano le seguenti:



$$1°: +E_x + 30\%E_y \;;\; 2°: +E_x - 30\%E_y$$

$$3°: -E_x + 30\%E_y \;;\; 4°: -E_x - 30\%E_y$$

$$5°: +30\%E_x + E_y \;;\; 6°: +30\%E_x - E_y$$

$$7°: -30\%E_x + E_y \;;\; 8°: -30\%E_x - E_y$$

Variabilità spaziale del moto

Azione sismica principale	segno	eccentricità	Azione sismica secondaria	eccentricità	N° comb.
E_x	+	$+ e_y$	$+ 0.3\ E_y$	$+ e_x$	1
				$- e_x$	2
			$- 0.3\ E_y$	$+ e_x$	3
				$- e_x$	4
		$- e_y$	$+ 0.3\ E_y$	$+ e_x$	5
				$- e_x$	6
			$- 0.3\ E_y$	$+ e_x$	7
				$- e_x$	8
	−	$+ e_y$	$+ 0.3\ E_y$	$+ e_x$	9
				$- e_x$	10
			$- 0.3\ E_y$	$+ e_x$	11
				$- e_x$	12
		$- e_y$	$+ 0.3\ E_y$	$+ e_x$	13
				$- e_x$	14
			$- 0.3\ E_y$	$+ e_x$	15
				$- e_x$	16
E_y	+	$+ e_x$	$+ 0.3\ E_x$	$+ e_y$	17
				$- e_y$	18
			$- 0.3\ E_x$	$+ e_y$	19
				$- e_y$	20
		$- e_x$	$+ 0.3\ E_x$	$+ e_y$	21
				$- e_y$	22
			$- 0.3\ E_x$	$+ e_y$	23
				$- e_y$	24
	−	$+ e_x$	$+ 0.3\ E_x$	$+ e_y$	25
				$- e_y$	26
			$- 0.3\ E_x$	$+ e_y$	27
				$- e_y$	28
		$- e_x$	$+ 0.3\ E_x$	$+ e_y$	29
				$- e_y$	30
			$- 0.3\ E_x$	$+ e_y$	31
				$- e_y$	32

Variabilità spaziale del moto

Per tener conto di eventuali imprecisioni si considera un'eccentricità del centro di massa del 5% delle dimensioni in pianta dell'edificio.

$e_i = 0.05 * L_i$ $\quad M_{ix}(+) = F_i * (e_i)$ $\quad M_{ix}(-) = F_i * (-e_i)$

Si combinano i momenti con le forze statiche equivalenti applicati al baricentro:
$E_{ix}(+) = F_i + M_{ix}(+)$ $\quad E_{ix}(-) = F_i + M_{ix}(-)$

Stesso ragionamento in direzione y

Si combinano poi le azioni $\pm E_{ix} \pm 0.3E_{iy}$;
$\pm E_{iy} \pm 0.3E_{ix}$

Azione sismica

SOLLECITAZIONI FINALI E VERIFICHE

Per le verifiche allo stato limite di esercizio e lo stato limite ultimo (e dunque per il dimensionamento degli elementi strutturali) occorrerà considerare le diverse modalità di combinazione delle azioni:

1) Combinazione fondamentale allo SLU :

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \ldots$$

2) Combinazione sismica impiegata per gli SLU e SLE connessi all'azione sismica :

$$E + G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \ldots$$

Per le verifiche allo **SLE occorrerà considerare lo spettro di progetto calcolato per lo SLD** mentre per le verifiche allo **SLU occorrerà considerare lo spettro di progetto per lo SLV.**

Analisi dinamica lineare

ANALISI DINAMICA LINEARE NTC2018

Il metodo d'analisi lineare di riferimento per determinare gli effetti dell'azione sismica, per comportamenti strutturali sia dissipativi sia non dissipativi, è l'analisi modale con spettro di risposta o "analisi lineare dinamica".

L'analisi dinamica lineare consiste:

1) nella determinazione dei modi di vibrare della costruzione (analisi modale);

2) nel calcolo degli effetti dell'azione sismica, rappresentata dallo spettro di risposta di progetto, per ciascuno dei modi di vibrare individuati;

3) nella combinazione di questi effetti.

Devono essere considerati tutti i modi con massa partecipante significativa. È opportuno a tal riguardo considerare tutti i modi con massa partecipante superiore al 5% e comunque un numero di modi la cui massa partecipante totale sia superiore allo 85% per ogni verso dell'azione sismica.

Analisi dinamica lineare

Durante un evento sismico gli effetti massimi associati ad un modo di vibrare non si verificano generalmente nello stesso istante in cui si verificano quelli associati ad un altro modo di vibrare, e per tale ragione gli effetti finali non possono calcolarsi come una semplice somma.

COME SI COMBINANO GLI EFFETTI ASSOCIATI A CIASCUN MODO DI VIBRARE?

Se il periodo di vibrazione di ciascun modo significativo differisce di almeno il 10% da quello di tutti gli altri, le risposte dei modi di vibrare possono considerarsi indipendenti e la combinazione degli effetti può essere valutata utilizzando una combinazione SRSS (Square Root of Sum of Squares):

$$E = \left(\sum_i E_i^2\right)^{1/2}$$

Dove E_i rappresenta il valore dell'effetto relativo al modo i-esimo.

METODO DI COMBINAZIONE SRSS non più presente nelle NTC2018

Analisi dinamica lineare

METODO DI COMBINAZIONE CQC di riferimento delle NTC2018

Se i modi di vibrare non possono essere considerati indipendenti l'uno dall'altro le norme suggeriscono di utilizzare una combinazione quadratica completa CQC (Complete Quadratic Combination) data dalla relazione:

$$E = \left(\sum_j \sum_i \rho_{ij} \cdot E_i \cdot E_j\right)^{1/2}$$

$$\rho_{ij} = \frac{8\xi^2\beta_{ij}^{3/2}}{(1+\beta_{ij})\left[(1-\beta_{ij})^2 + 4\xi^2\beta_{ij}\right]}$$

Coefficiente di correlazione tra il modo i e il modo j

ξ smorzamento viscoso dei modi i e j; (si può porre pari al 5%)

β_{ij} è il rapporto tra l'inverso dei periodi di ciascuna coppia i-j di modi ($\beta_{ij} = T_j/T_i$).

Analisi dinamica lineare

ATTENZIONE!

La combinazione degli effetti di tipo quadratico (SRSS o CQC) comporta in output la perdita del segno degli effetti Ex ed Ey, ossia gli spostamenti e le sollecitazioni vengono dati in valore assoluto!

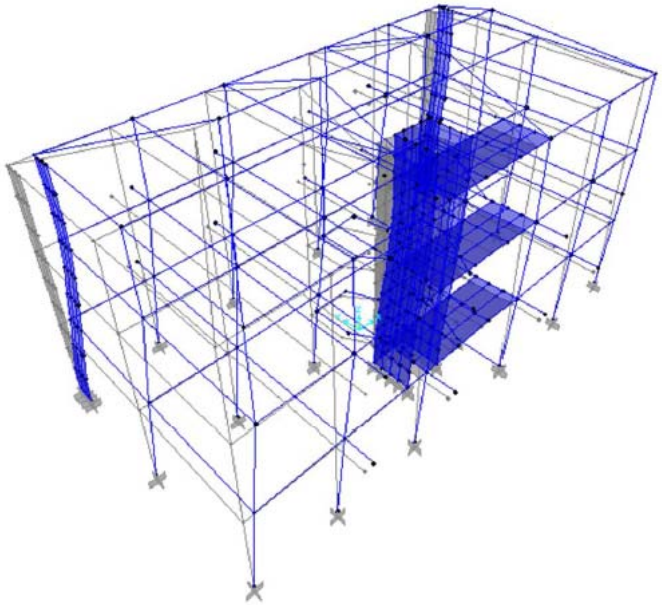
In molti casi la questione è irrilevante, diviene importante in presenza di sollecitazioni combinate sforzo normale-momento flettente e per l'adozione di alcune regole progettuali come nel caso del rispetto della gerarchia delle resistenze trave-pilastro, in cui servono i segni relativi delle diverse sollecitazioni.

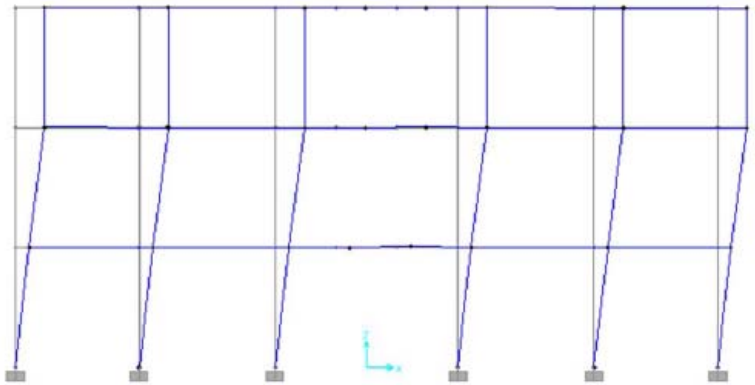
Il problema si risolve dando ai risultati Ex ed Ey delle analisi dinamiche modali i SEGNI DELLE SOLLECITAZIONI DOVUTE AL MODO PRINCIPALE DI VIBRARE NELLA DIREZIONE DI CIASCUNA DELLE DUE ANALISI.

Analisi dinamica lineare

PUNTI FONDAMENTALI DELL'ANALISI DINAMICA LINEARE

1) DETERMINAZIONE DEI MODI DI VIBRARE

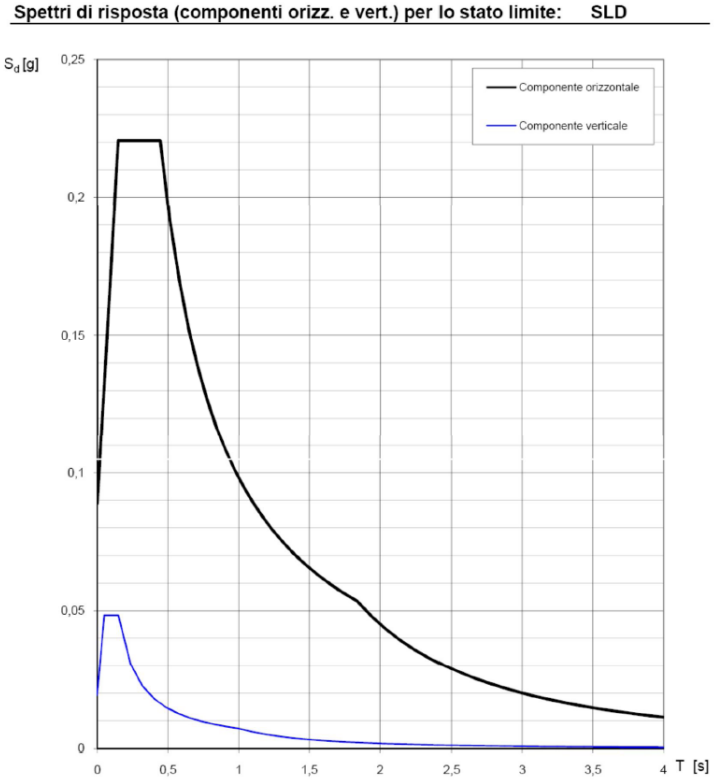


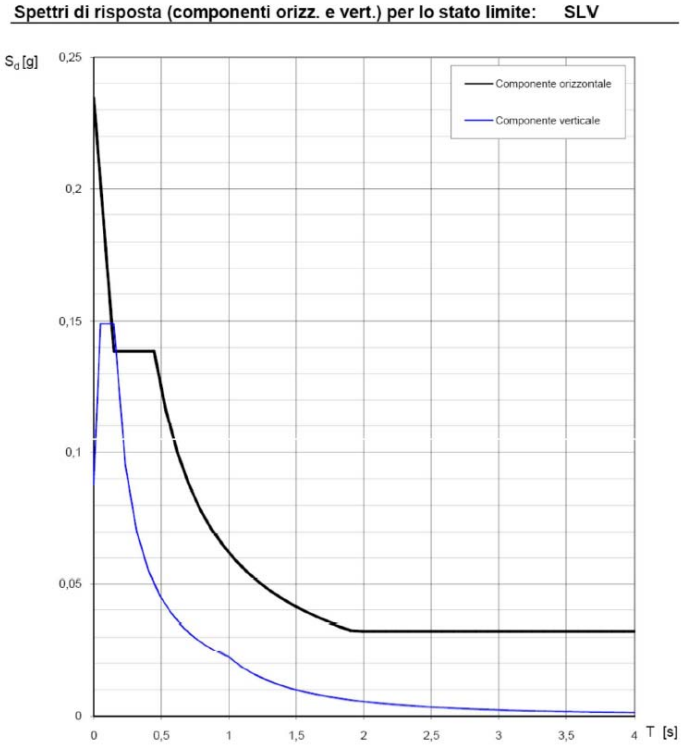


Analisi dinamica lineare

PUNTI FONDAMENTALI DELL'ANALISI

2) CALCOLO DEL FATTORE DI STRUTTURA E DEGLI SPETTRI ALLO SLD E ALLO SLV

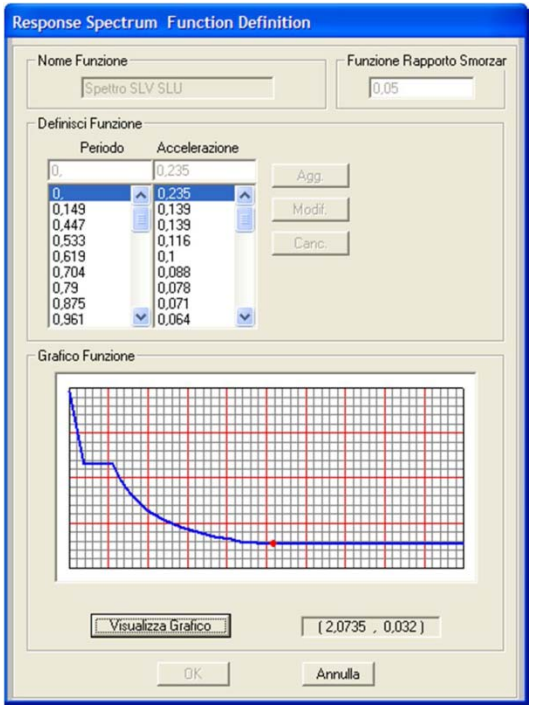


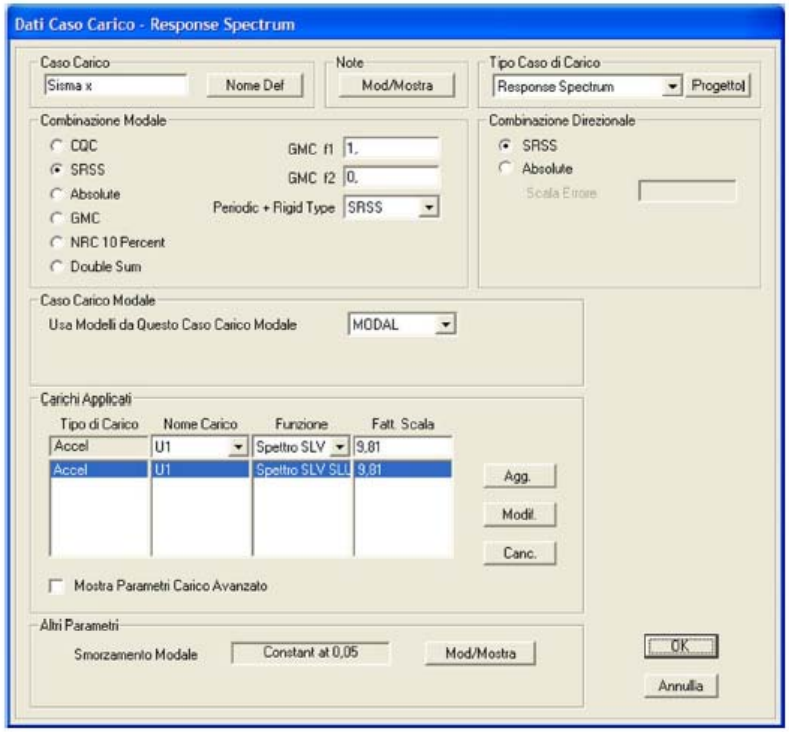


Analisi dinamica lineare

PUNTI FONDAMENTALI DELL'ANALISI

3) DEFINIZIONE DEGLI SPETTRI DI PROGETTO IN AMBIENTE SAP 2000
(tramite la funzione Response Spectrum e la modalità di combinazione degli effetti associati ai singoli modi)

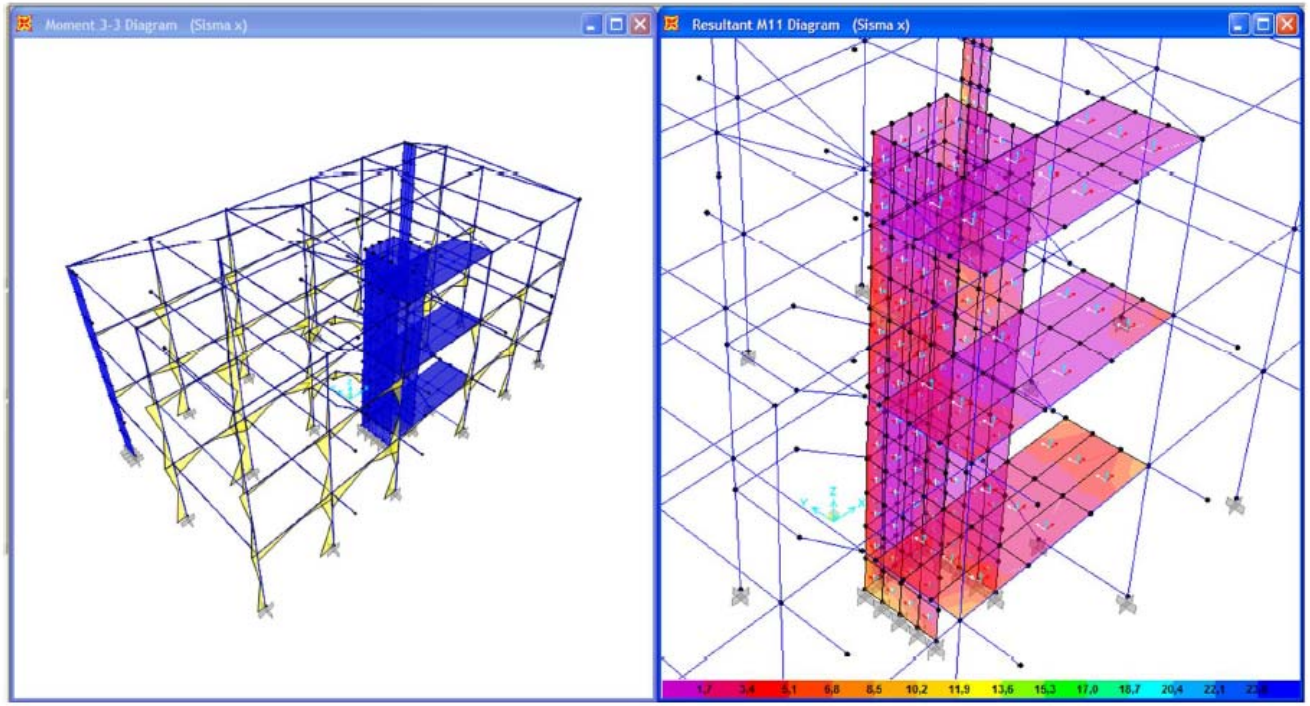




Analisi dinamica lineare

PUNTI FONDAMENTALI DELL'ANALISI

4) CALCOLO DEGLI EFFETTI PRODOTTI DALL'AZIONE SISMICA

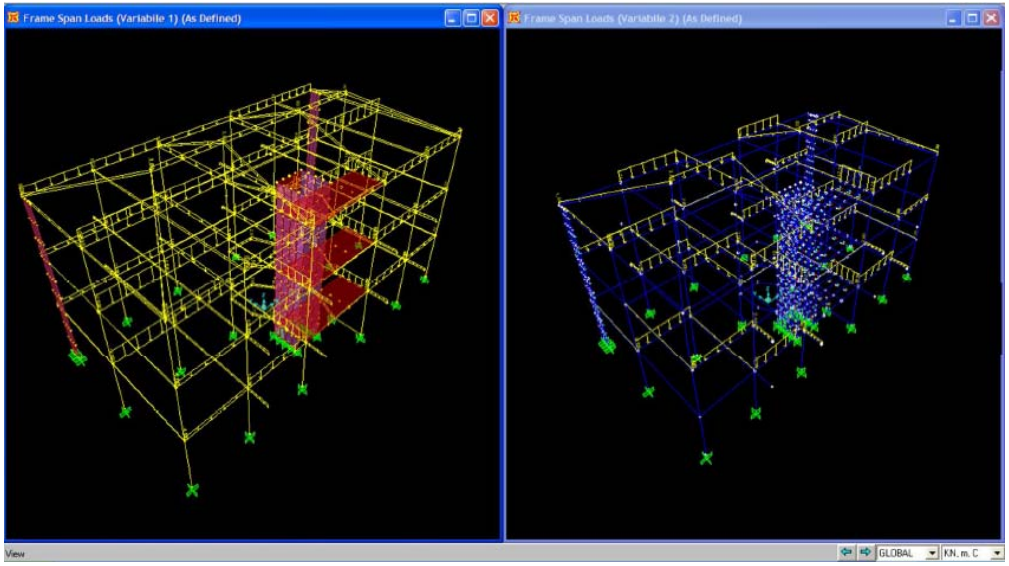


Analisi dinamica lineare

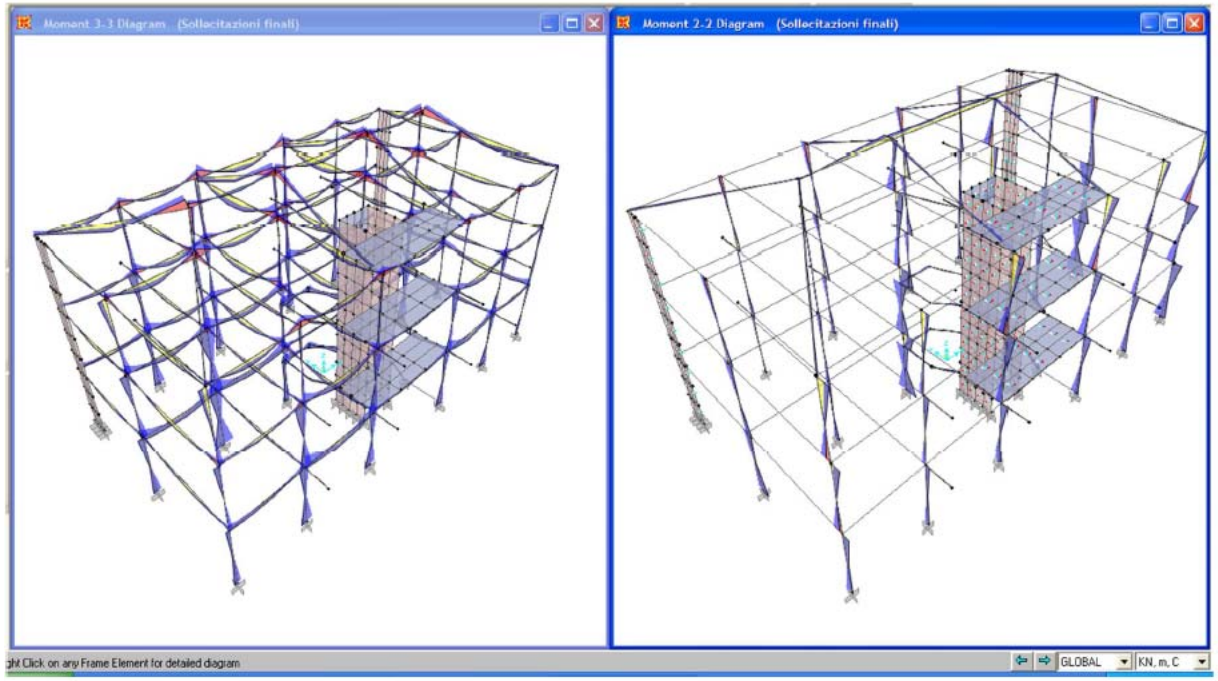
PUNTI FONDAMENTALI DELL'ANALISI

5) VALUTAZIONE DEGLI EFFETTI PRODOTTI DALLA COMBINAZIONE DELL' AZIONE SISMICA CON I CARICHI VERTICALI (secondo la combinazione sismica definita dalla normativa)

6) VALUTAZIONE DEGLI EFFETTI PRODOTTI DAI SOLI CARICHI VERTICALI (secondo la combinazione fondamentale allo SLU definita dalla normativa)



Analisi dinamica lineare

PUNTI FONDAMENTALI DELL'ANALISI

7) INVILUPPO DELLE SOLLECITAZIONI PRODOTTE DALLA COMBINAZIONE SISMICA E DALLA COMBINAZIONE FONDAMENTALE (a questo punto si hanno le sollecitazioni di base da cui partire per il dimensionamento delle travi a flessione)