UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Costruzioni in zona sismica

A.A. 2017-18

SDOF systems: the design spectrum

La corretta definizione degli spettri elastici porta alla presa di coscienza della **reale entità delle azioni dovute ai terremoti violenti** che tali spettri chiaramente denunciano.

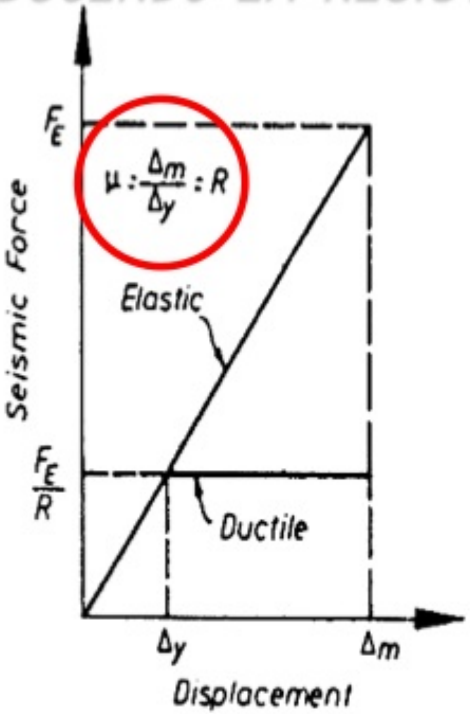
Ci si convince della **sostanziale impossibilità di realizzare**, operando in termini economicamente accettabili, **strutture antisismiche che restino elastiche durante i terremoti violenti.**

La filosofia di progettazione delle costruzioni civili accetta, **per la prima volta**, **l'entrata in campo plastico della struttura** e la utilizza per ridurre la risposta della struttura al sisma, ossia la usa come tecnica di protezione passiva dal sisma.

Da: Braga, 2011

Per progettare le strutture senza consentire che durante il sisma si danneggino, imporre cioè che rimangano elastiche, le si deve dotare di <u>elevata resistenza</u> → <u>elevati costi</u>.

COME RIDURRE I COSTI?
RIDUCENDO LA RESISTENZA



Durante il sisma una struttura meno resistente si danneggia.

Per quantificare il livello di danneggiamento subito da una struttura si fa tradizionalmente riferimento ad un indice sintetico: la duttilità.

Minore è la resistenza, maggiore è la duttilità. Se voglio progettare strutture meno resistenti posso farlo a patto di garantire un elevato livello di danneggiamento (elevata duttilità) senza che la struttura collassi.

Da: Braga, 2011

Duttilità: domanda vs. capacità

Dal punto di vista ingegneristico è bene distinguere tra:

- **La domanda di duttilità** (i.e. la massima duttilità che la struttura manifesta durante un terremoto)
- **La capacità in duttilità** (i.e.) la massima duttilità che la struttura è in grado di garantire senza la rottura degli elementi o il manifestarsi di altre consguenze inaccettabili.

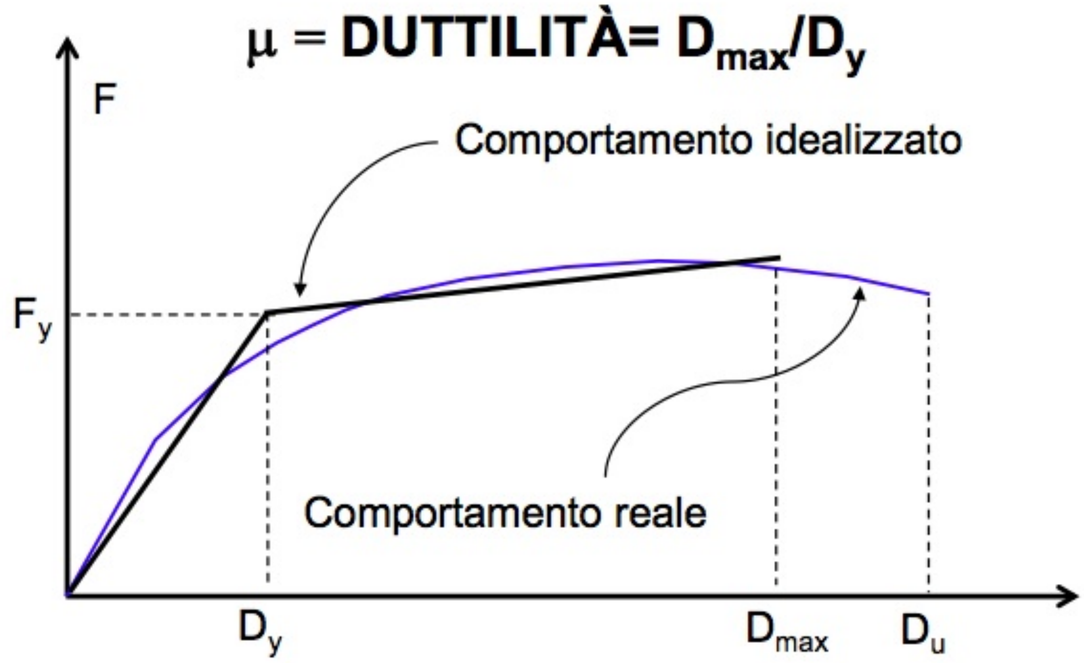
- **La domanda di duttilità** dipende da entrambi la struttura e l'azione sismica
- **La capacità in duttilità** invece è solo una proprietà della struttura. Per una struttura nuov è controllata dal progettista che garantisce attraverso soluzioni progettuali appropriate, una adeguata capacità di escursione in campo plastico degli elementi strutturali.

Da: Braga, 2011

Definizione di duttilità

La duttilità può essere definita come la capacità della struttura di sostenere cicli ripetuti in campo plastico senza significativa riduzione di resistenza. Una misura di duttilità è rappresentata nella figura seguente.

La duttilità richiesta dal sisma ad una struttura è calcolata come:

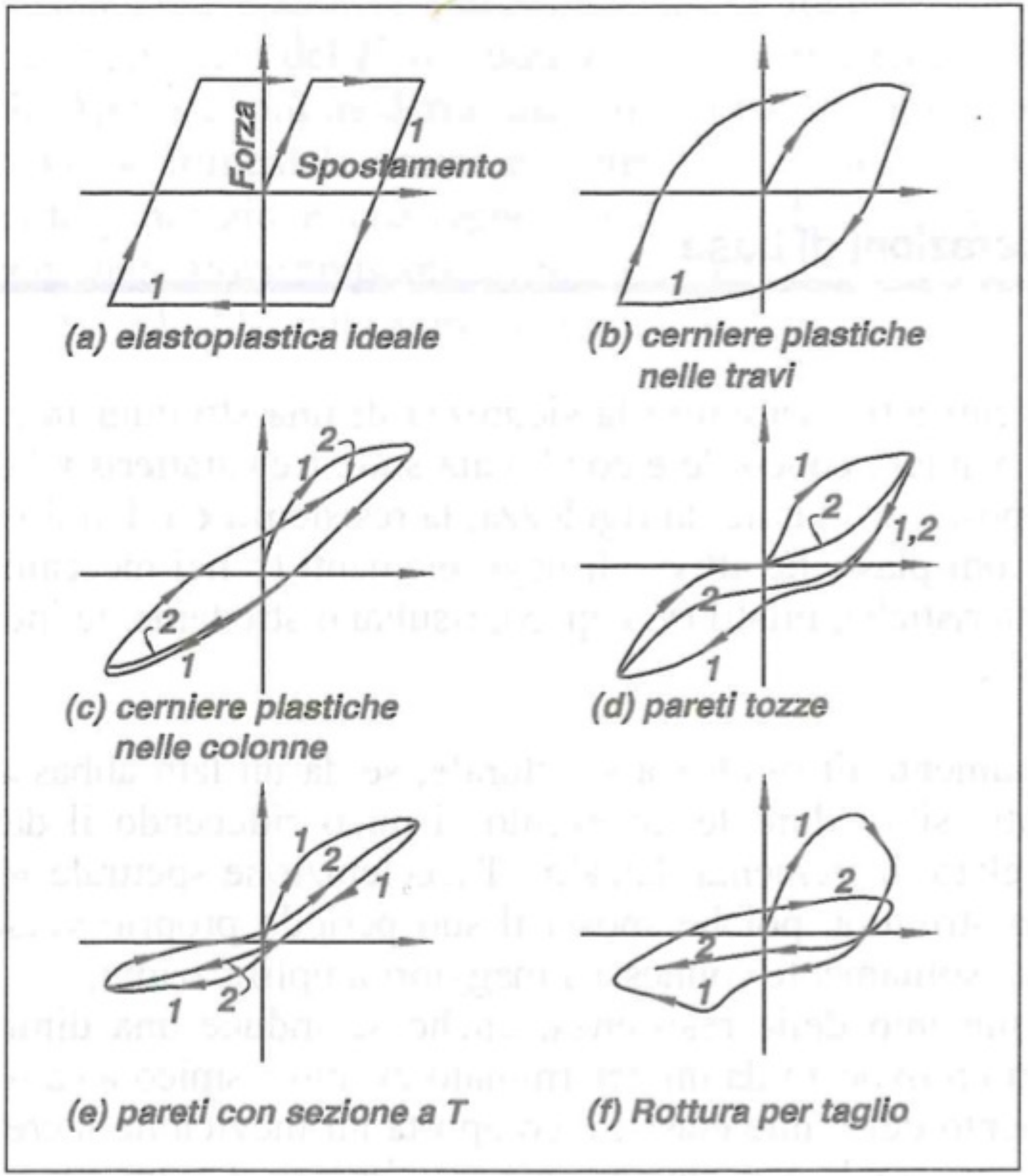


La capacità in duttilità della struttura può essere calcolata come:

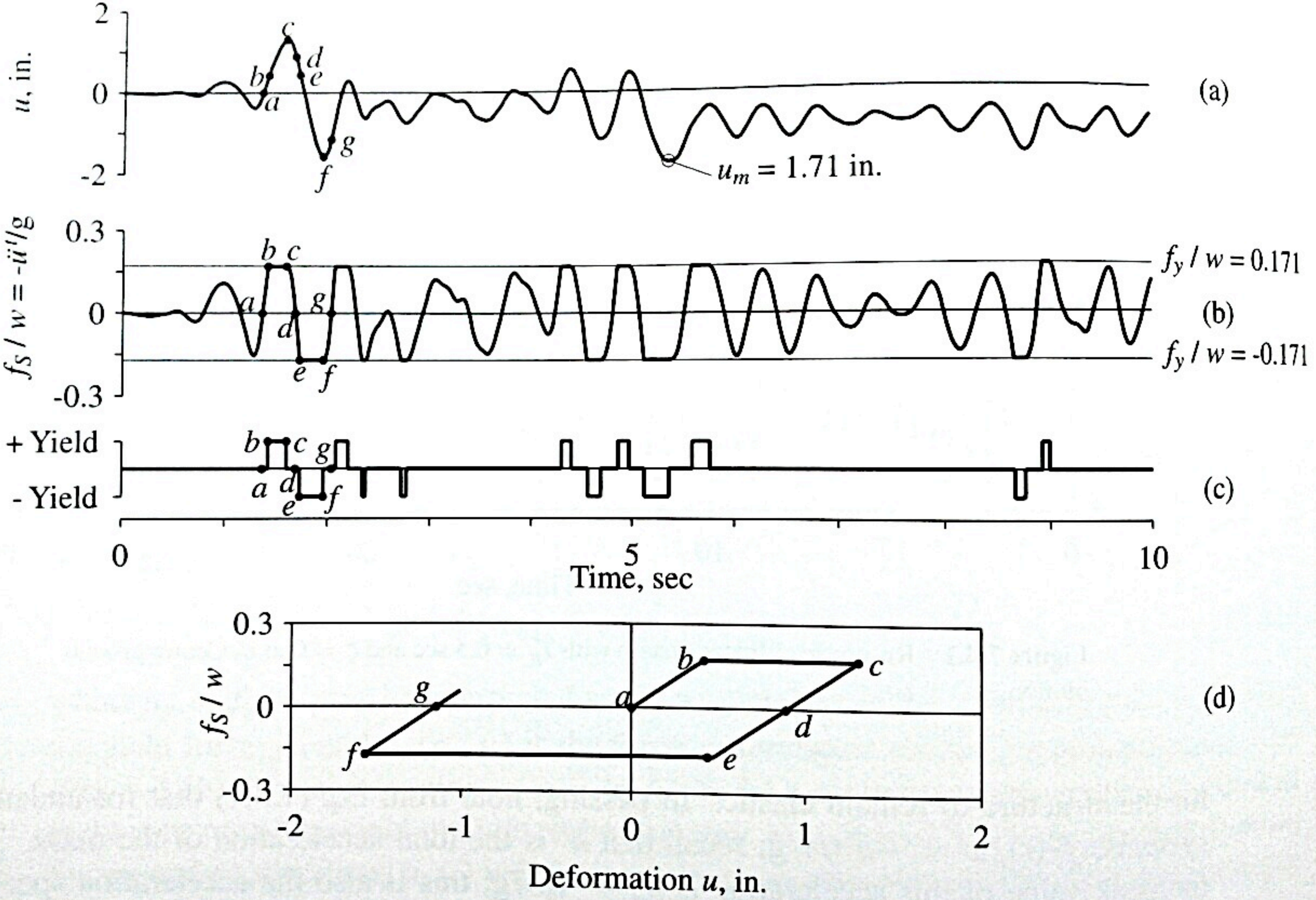
$$\mu_C = D_u / D_y$$

Da: Braga, 2011

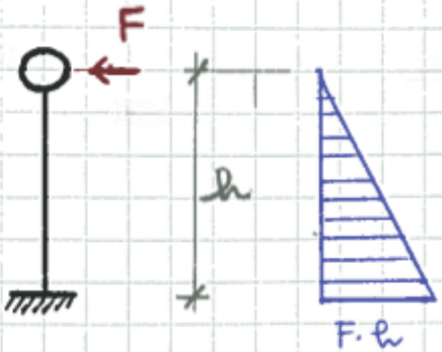
comportamento anelastico e dissipativo dei diversi elementi strutturali



Risposta dinamica di un sistema elasto-plastico



Plasticizzazione della struttura



$$F_{max} = M \cdot S_a$$

$$M_{max} = F_{max} \cdot h = M \cdot S_a \cdot h$$

Nella condizione limite di snervamento: $M S_a \cdot h = M_y$
con M_y = momento di snervamento.

Per $(M S_a) \geq \frac{M_y}{h}$ la sezione di base è andata in campo plastico → aumentano le deformazioni senza che aumenti la forza reagente $M S_a$ → all'aumentare di $\ddot{y}$ aumenta la distorsione della struttura ma non la sua accelerazione di risposta. → il taglio massimo nella struttura è pari al taglio elastico diviso per la duttilità massima richiesta.

Fattore di riduzione della Resistenza

Lo spettro elastico in accelerazione è impiegato per determinare la sollecitazione sismica agente sulla struttura

Ai fini della valutazione del taglio di progetto, tale valore spettrale deve essere diviso per un fattore di riduzione della resistenza R (o fattore di struttura q) che tiene conto delle effettiva sovraresistenza della struttura rispetto al sistema elastico e della duttilità complessiva della struttura

Taglio di progetto

Taglio di progetto dallo spettro elastico

$$V_{max} = \frac{1}{R}\frac{S_{pa}}{g} w$$

Fattore di riduzione della resistenza (Strength Reduction Factor)

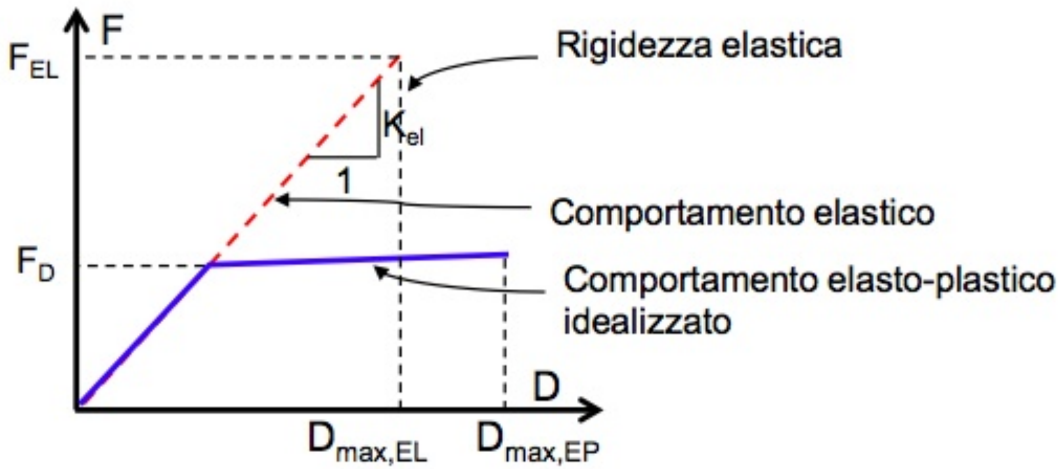
Fattore di riduzione della Resistenza

Lo **Strength Reduction Factor R_μ** fornisce il rapporto tra la forza **F_D** per la quale si deve progettare una struttura (**resistenza**) perché subisca un danneggiamento riconducibile ad una **duttilità μ** e la **resistenza F_{EL}** che dovrebbe avere la stessa struttura per non subire danni, quindi per rimanere elastica :

$$R\mu = F_{EL}/F_D$$

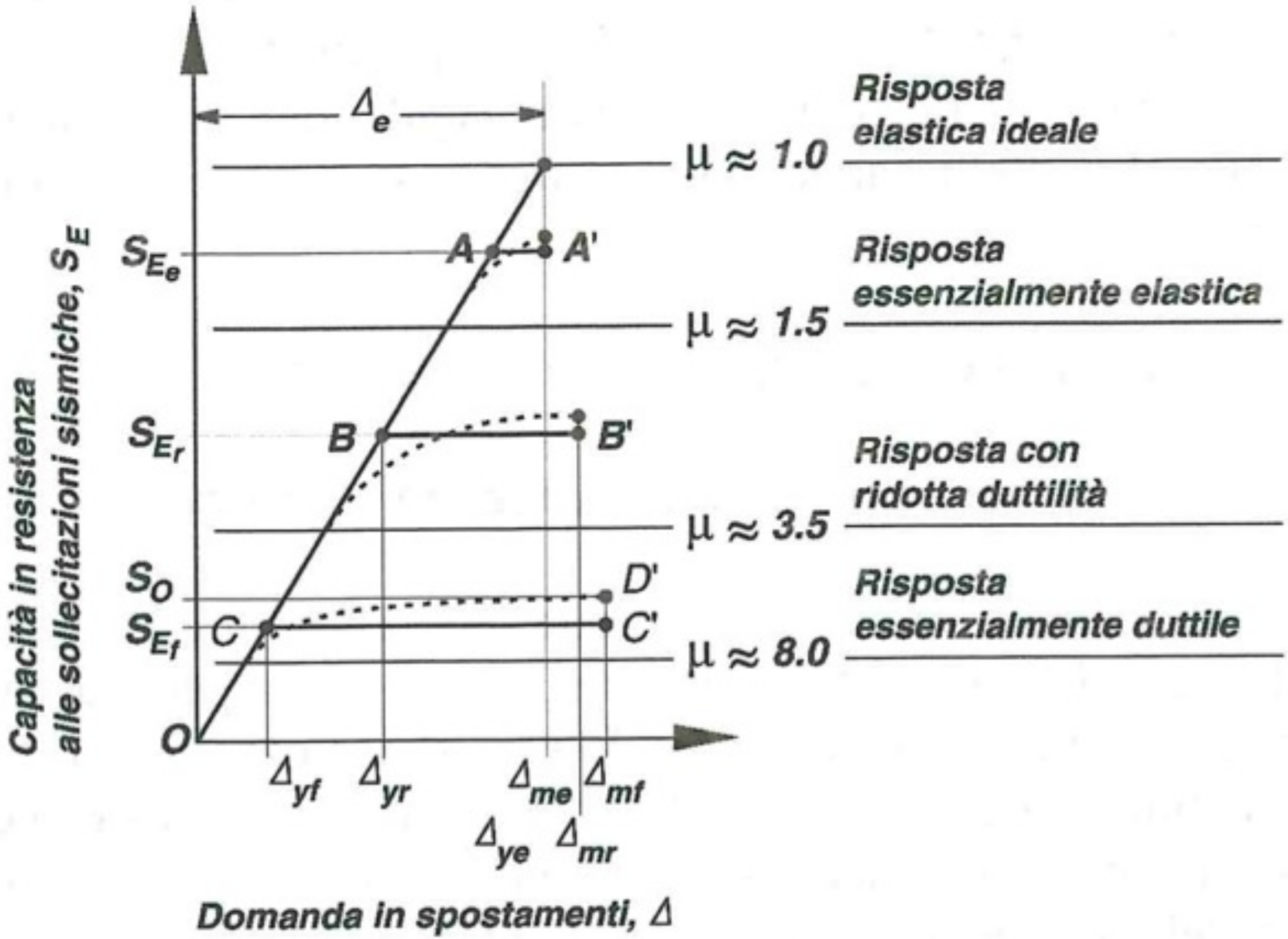
D$_{max,EP}$ spostamento massimo atteso per la struttura **E**lasto-**P**lastica

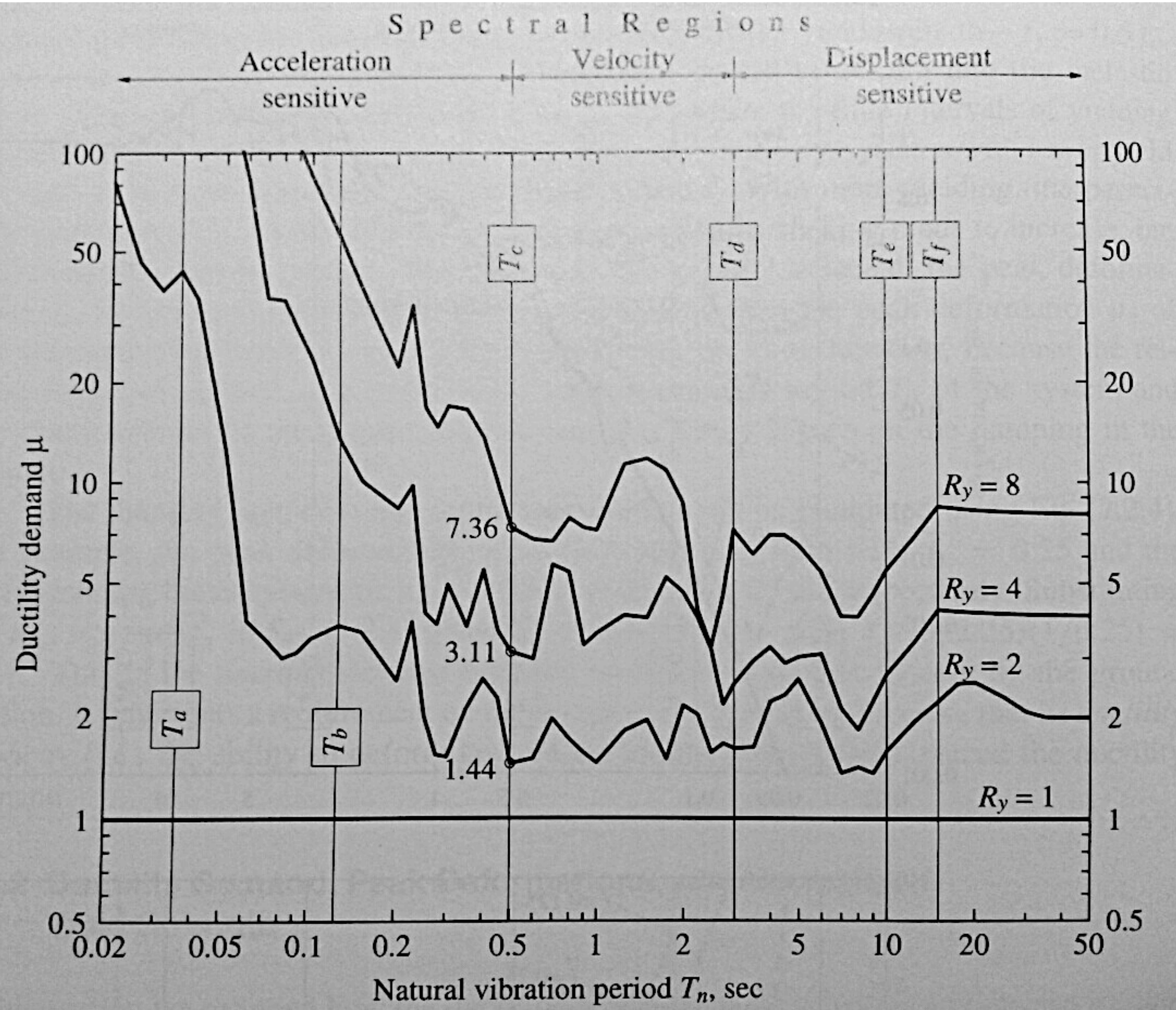
D$_{max,EL}$ spostamento massimo atteso per la struttura **EL**astica



Da: Braga, 2011

Relazione tra resistenza e duttilità richiesta



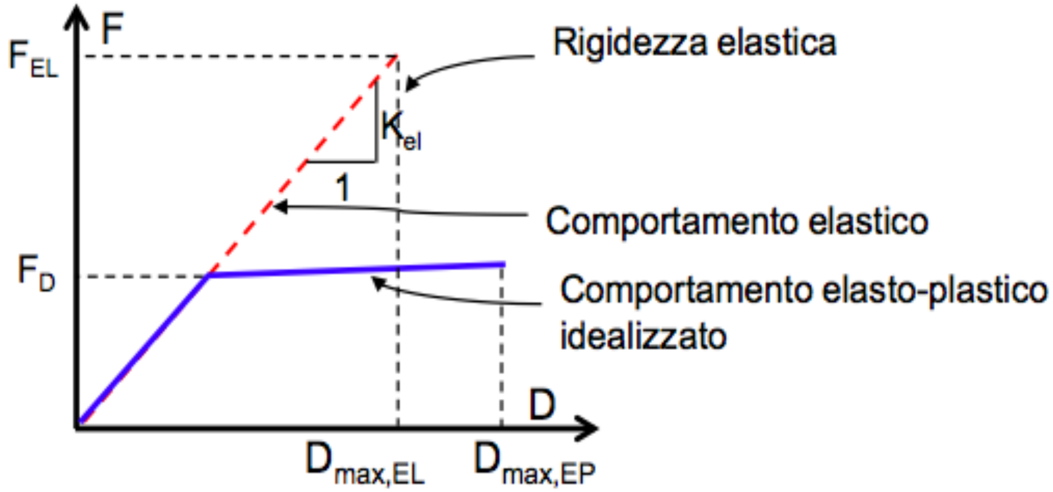


Spectral Regions
Acceleration sensitive
Velocity sensitive
Displacement sensitive
T_a
T_b
T_c
T_d
T_e
T_f
7.36
3.11
1.44
$R_y = 8$
$R_y = 4$
$R_y = 2$
$R_y = 1$
Ductility demand μ
100
50
20
10
5
2
1
0.5
0.02
0.05
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
20
50
Natural vibration period T_n, sec

$$R_\mu = F_{EL}/F_D$$

$D_{max,EP}$ spostamento massimo atteso per la struttura **E**lasto-**P**lastica

$D_{max,EL}$ spostamento massimo atteso per la struttura **EL**astica



Nel seguito si esamineranno i diversi modi attualmente utilizzati per definire la relazione tra R_μ e la **duttilità** μ :

a) ipotesi di uguali spostamenti;

b) ipotesi di uguale energia di deformazione;

c) relazioni empiriche;

d) linearizzazione equivalente.

Da: Braga, 2011

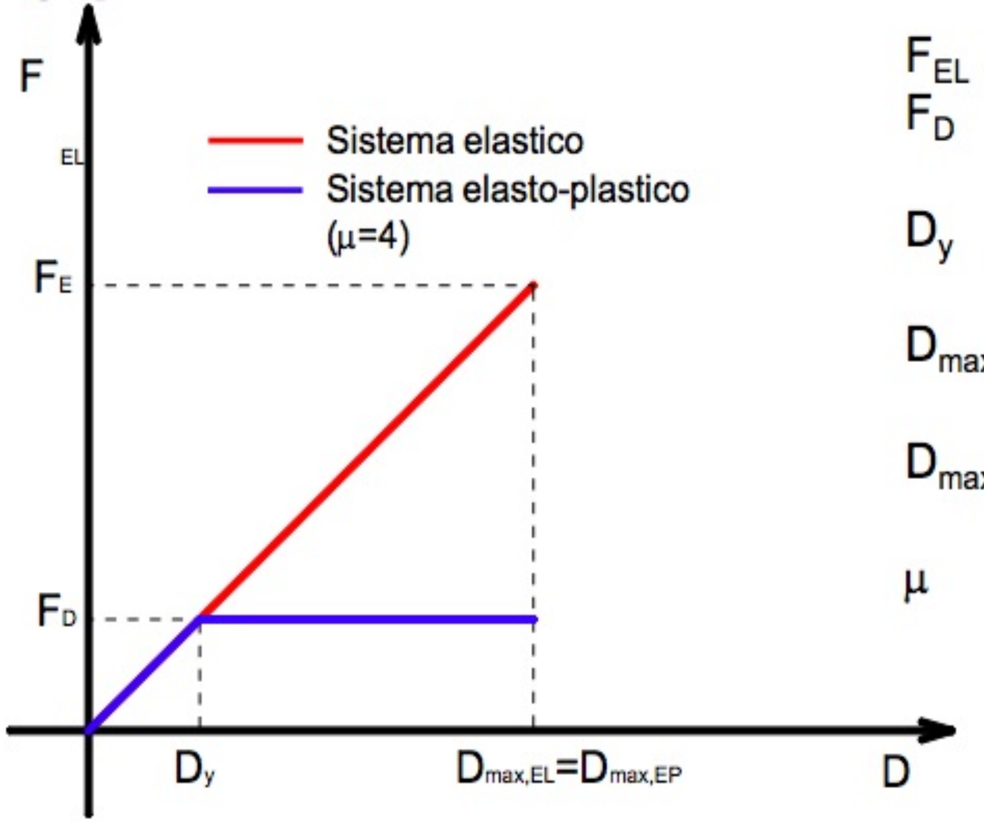
STRUTTURE CON $T > T_c$

Strutture elasto-plastiche, con periodo proprio elevato ($T > T_c$), non troppo degradanti (senza crollo della forza resistente oltre il limite elastico lineare) verificano il "Principio di ugual spostamento" → lo spostamento massimo della struttura plasticizzata è uguale allo spostamento massimo che si sarebbe avuto se la struttura fosse rimasta indefinitamente elastica.
Per rispettare l'equilibrio varia la risposta in accelerazione, quindi la storia della risposta → cambia l'istante dello spostamento massimo ma non il suo valore → lo spettro di risposta in spostamento non varia in funzione dell'eventuale snervamento della struttura.

Plasticizzazione della struttura

L'azione sismica induce un'accelerazione → la forza massima che agisce sulla massa dell'oscillatore dipende dalle caratteristiche della struttura (M, d, k), e sollecita a flessione con un momento pari a $M \cdot S_a \cdot h$ (se h è l'altezza dell'oscillatore) → momento massimo nella sezione di base.

a) Ipotesi di UGUALI SPOSTAMENTI: $D_{MAX,EP}=D_{MAX,EL}$



F_{EL} azione sismica del sistema elastico

F_D azione sismica di progetto del sistema elasto-plastico

D_y spostamento di plasticizzazione del sistema elasto-plastico

$D_{max,EL}$ spostamento massimo del sistema elastico

$D_{max,EP}$ spostamento massimo del sistema elasto-plastico

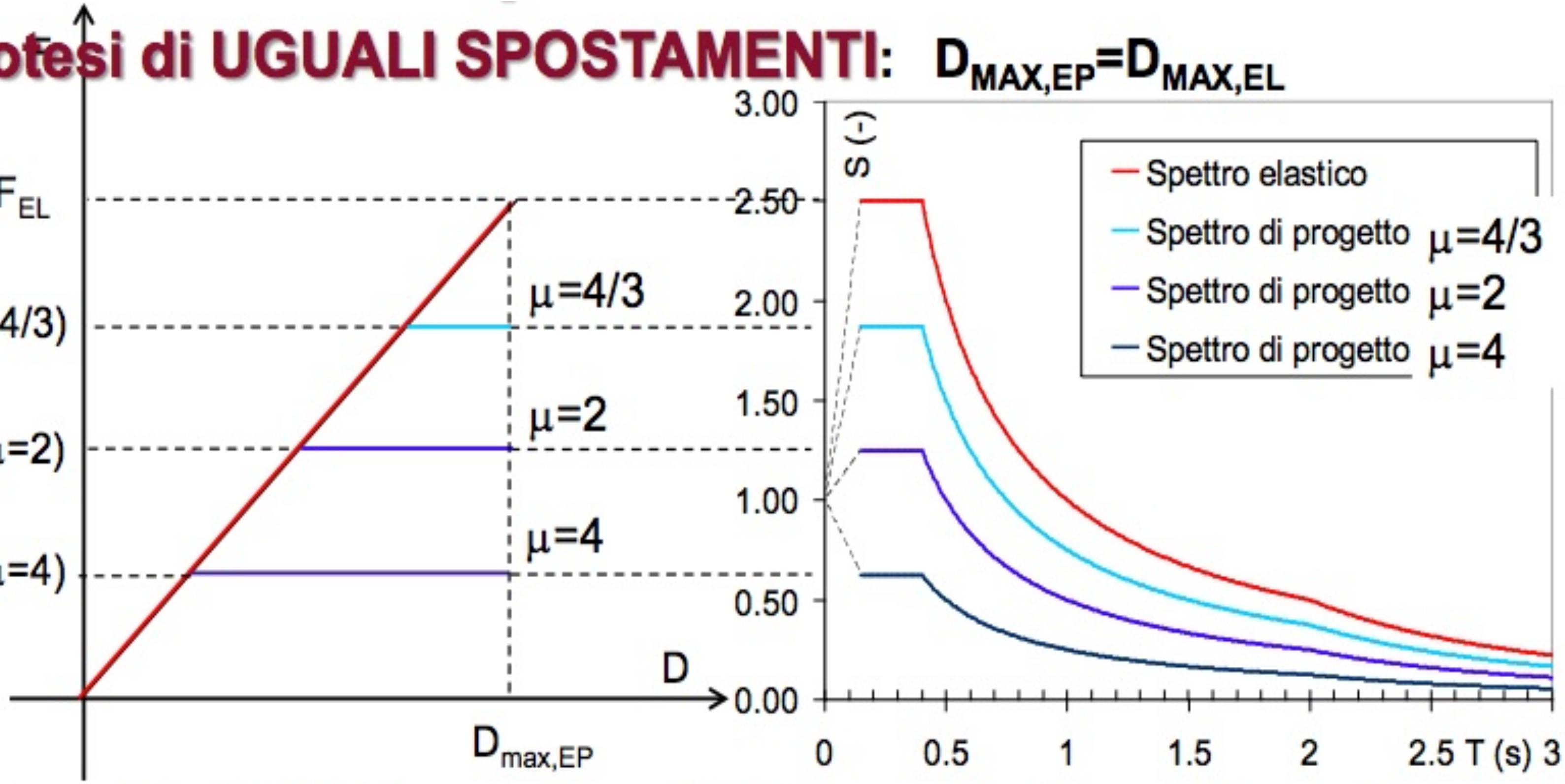
μ duttilità del sistema elasto-plastico

$$\mu = \frac{D_{max,EP}}{D_y}$$

$$\frac{F_D}{D_y} = \frac{F_{EL}}{D_{max,EP}} \longrightarrow F_D = F_{EL}\frac{D_y}{D_{max,EP}} \longrightarrow \boxed{F_D = \frac{F_{EL}}{\mu}} \longrightarrow \boxed{R_\mu = \frac{F_{EL}}{F_D} = \mu}$$

Da: Braga, 2011

a) Ipotesi di UGUALI SPOSTAMENTI: $D_{MAX,EP}=D_{MAX,EL}$

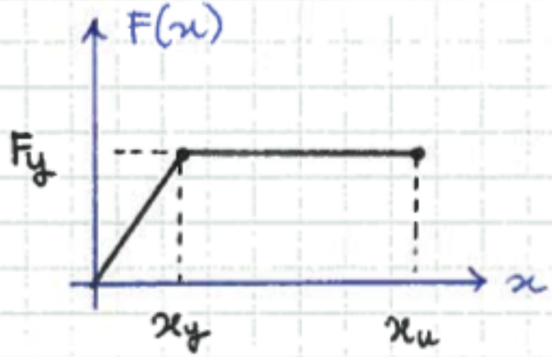


Maggiore è la duttilità, maggiore è il fattore riduttivo della resistenza R_μ : lo **spettro di progetto** è ottenuto dividendo lo **spettro elastico** per il fattore R_μ .
È il fattore di riduzione delle resistenze utilizzato nella NTC-08.

Da: Braga, 2011

STRUTTURE CON $T < T_C$

Strutture con periodo proprio breve ($T < T_C$) verificano l'ipotesi di ugual energia (al di sotto di T_C tale ipotesi è ragionevolmente cautelativa) → la risposta in spostamento è tale da avere la stessa energia di deformazione massima dell'oscillatore elastico indefinito.

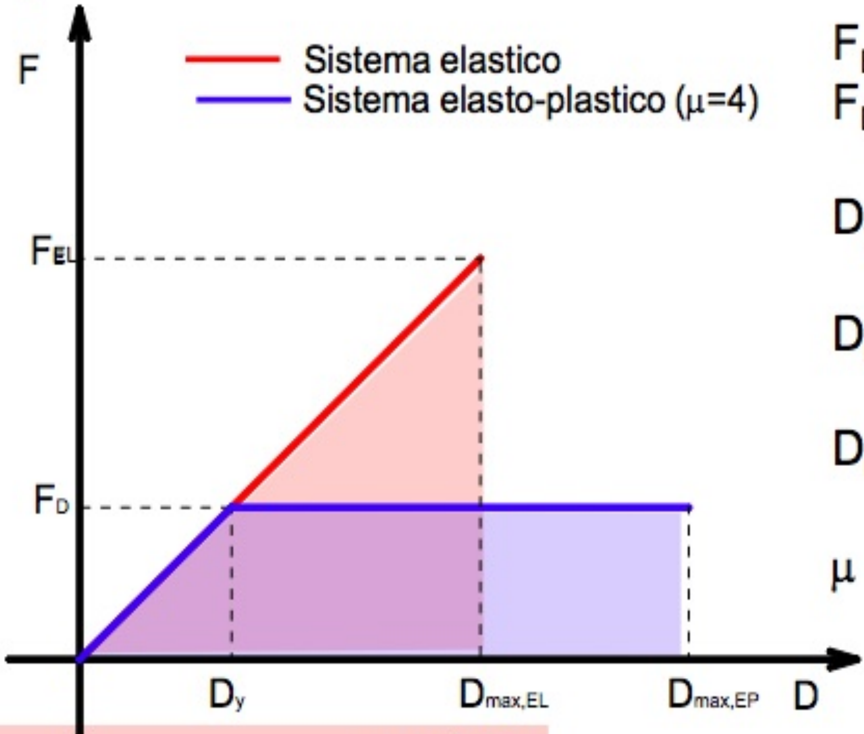


$$E_{el} = \frac{1}{2} k \cdot x_e^2 \quad ; \quad E_{ep} = \frac{1}{2} k x_y^2 + K(x_u - x_y)$$

$$E_{el} = E_{ep} \longrightarrow \quad x_u = 0.5 \left(\frac{x_e^2}{x_y} + x_y \right)$$

duttilità: $$\mu = \frac{x_u}{x_y} = 0.5 \left[\left(\frac{x_e}{x_y} \right)^2 + 1 \right]$$

b) Ipotesi di UGUALE ENERGIA DI DEFORMAZIONE: $E_{EP}=E_{EL}$



F_{EL}	azione sismica del sistema elastico
F_D	azione sismica di progetto del sistema elasto-plastico
D_y	spostamento di plasticizzazione del sistema elasto-plastico
$D_{max,EL}$	spostamento massimo del sistema elastico
$D_{max,EP}$	spostamento massimo del sistema elasto-plastico
μ	duttilità del sistema elasto-plastico

$$\mu = \frac{D_{\max,EP}}{D_y}$$

$$E_{EL} = \frac{1}{2} F_{EL} D_{\max,EL} = \frac{1}{2} \frac{F_{EL}^2 D_y}{F_D}$$

$$E_{EP} = \frac{1}{2} F_D D_y + F_D \left(D_{\max,EP} - D_y \right) = \frac{1}{2} F_D D_y \left[2\mu - 1 \right]$$

$$E_{EL} = E_{EP} \rightarrow \boxed{F_D = \frac{F_{EL}}{\sqrt{2\mu - 1}}}$$

$$\boxed{R_\mu = \frac{F_{EL}}{F_D} = \sqrt{2\mu - 1}}$$

Da: Braga, 2011

a) Ipotesi di UGUALI SPOSTAMENTI +
b) Ipotesi di UGUALE ENERGIA DI DEFORMAZIONE

Le due ipotesi **a) e b)** appena mostrate, finalizzate a valutare il principale fattore riduttivo (**R_μ**) della **domanda sismica** (espressa in termini di resistenza), non sono alternative ma possono essere utilizzate entrambe per calcolare lo spettro di progetto purché per periodi di oscillazione diversi:

1) gli oscillatori il cui periodo proprio di oscillazione ricade nel campo delle accelerazioni costanti (**$T_B \div T_C$**) subiranno, per effetto della plasticizzazione, un aumento di periodo e oscilleranno con periodo proprio ricadente nel campo delle velocità costanti; per essi si usa

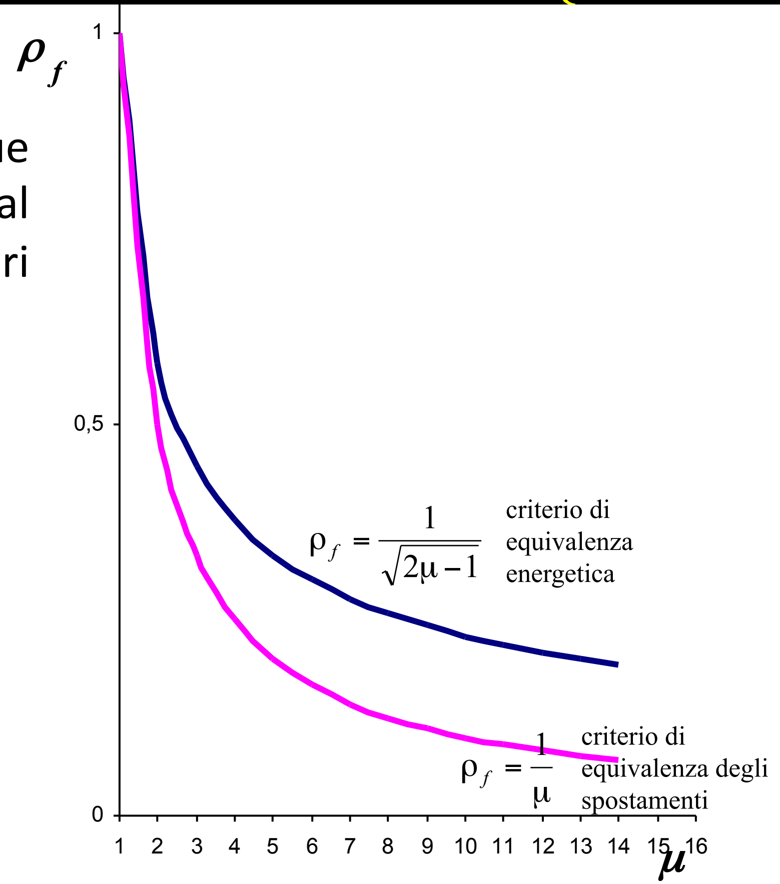
$$\boxed{R_\mu = \sqrt{2\mu - 1}}$$

Da: Braga, 2011

In definitiva, fissato μ, si può ricavare il
<u>Fattore di Riduzione delle Forze Spettrali</u>

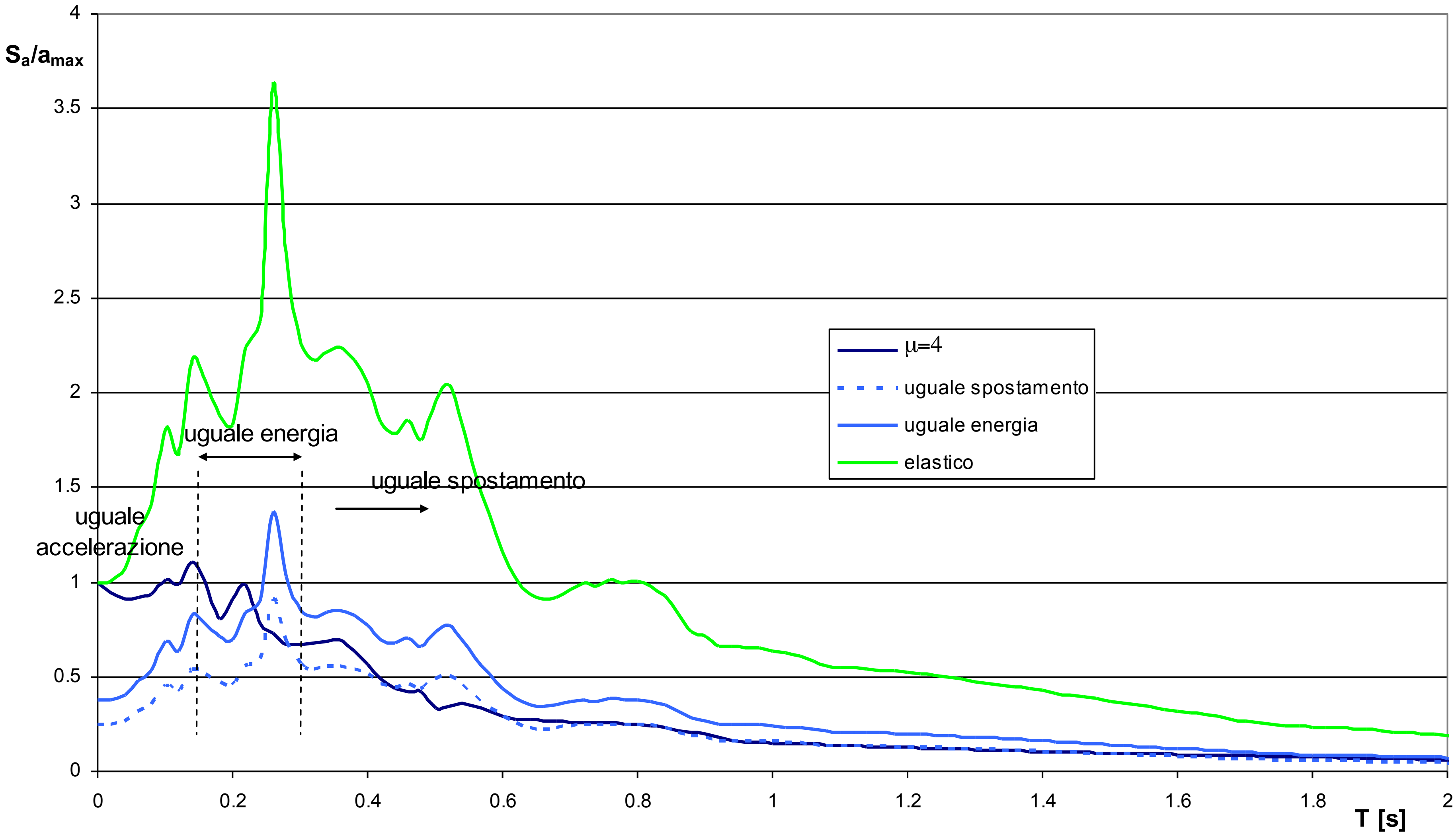
$$\rho_f = \frac{f_y}{f_{e,\max}} \cong \frac{S_a(\mu \geq 1)}{S_a(\mu = 1)} \cong \begin{cases} \dfrac{1}{\mu} \\ \dfrac{1}{\sqrt{2\mu - 1}} \end{cases}$$

Occorre notare che, per bassi valori di μ, i due criteri praticamente si equivalgono, mentre al crescere di μ, il secondo criterio fornisce valori sensibilmente più bassi di ρ_f..



Alternativamente, fissato f_y, dagli spettri elastici si può dedurre la duttilità richiesta:

$$\mu_{\max} = \frac{x_{\max}}{x_y} \cong \frac{x_{e,\max}}{x_y} = \frac{f_{e,\max}}{f_y}$$



4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
S_a/a_{max}
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2
T [s]
uguale energia
uguale spostamento
uguale
accelerazione
μ=4
uguale spostamento
uguale energia
elastico

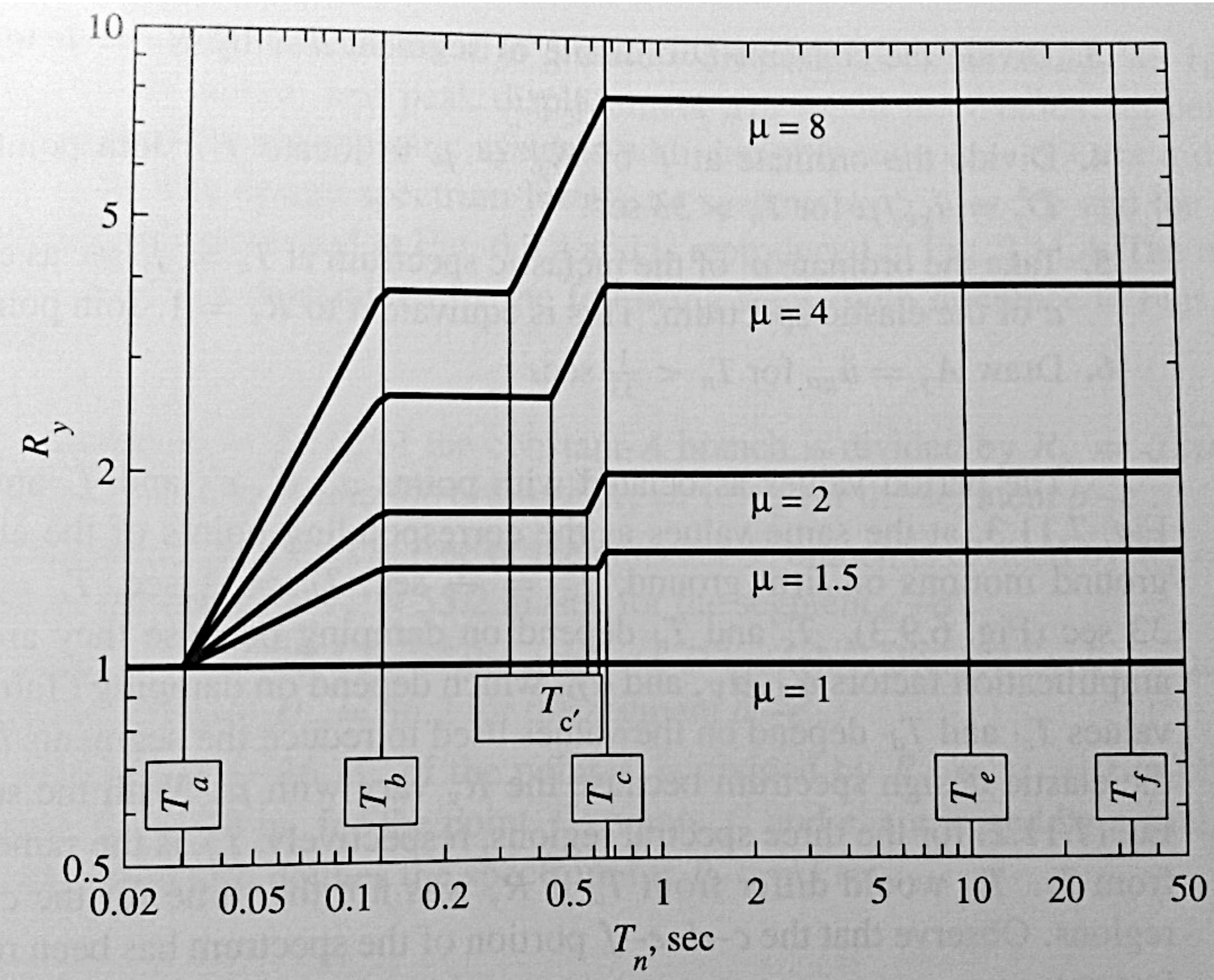
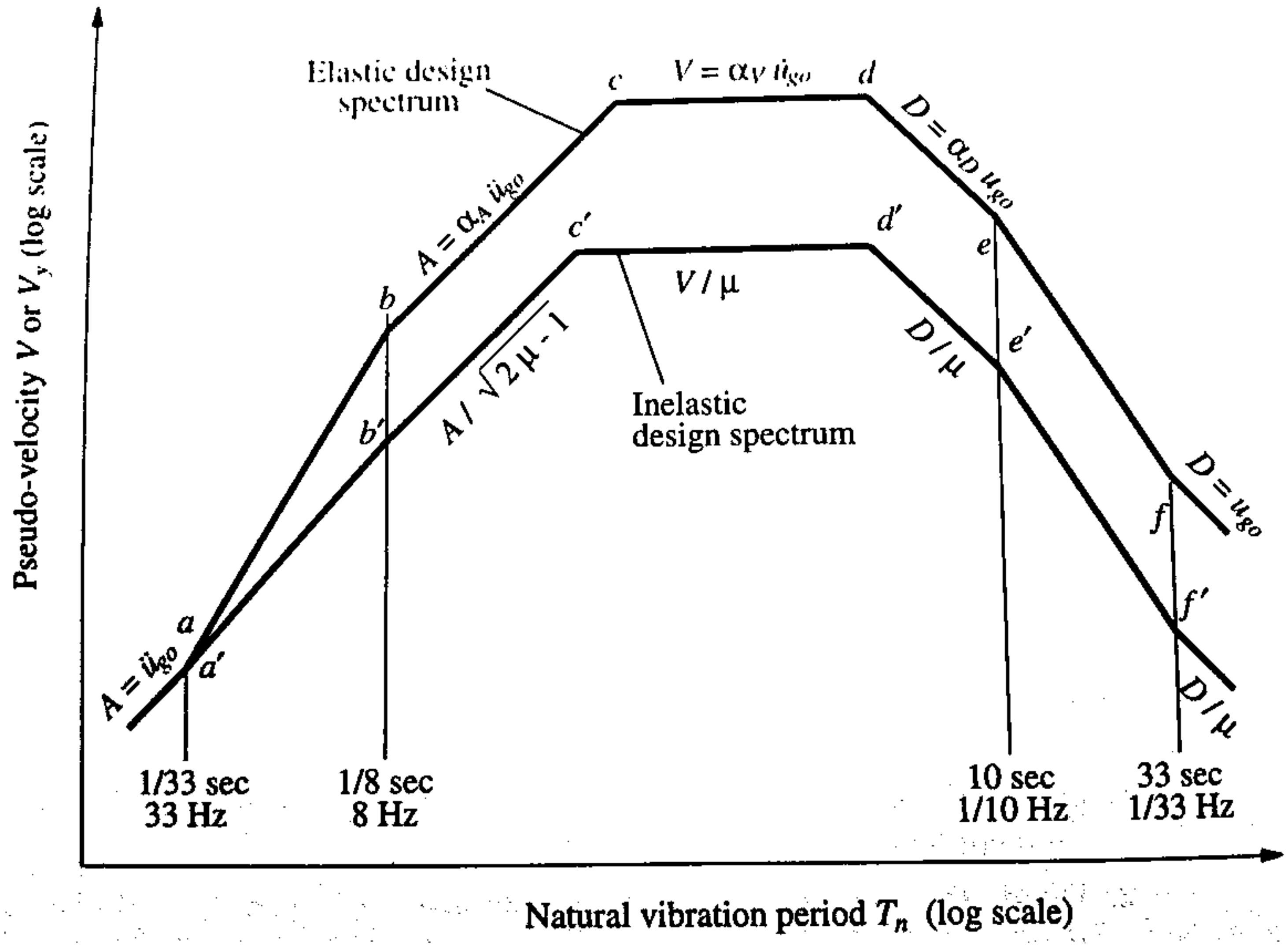
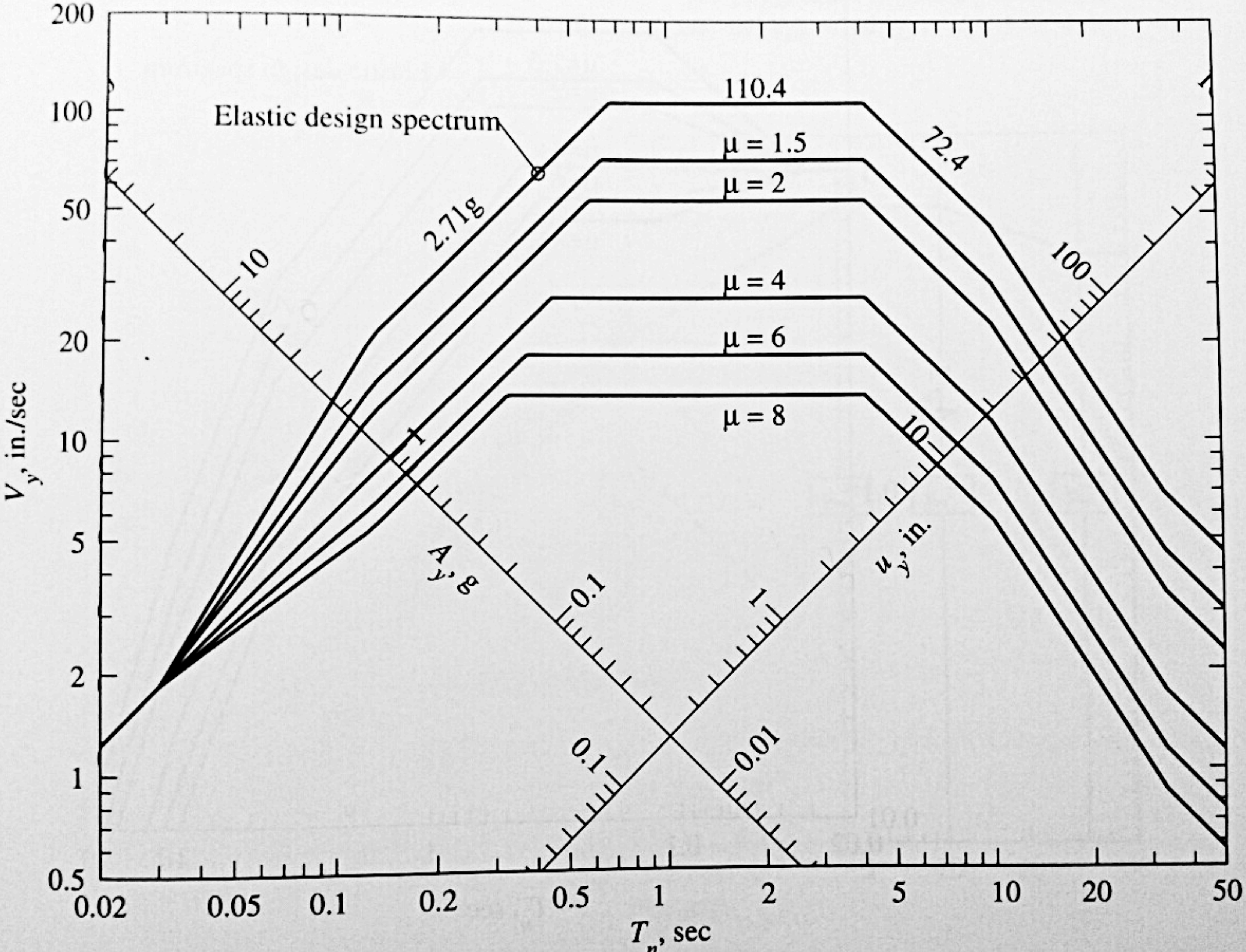


Figure 7.11.2 Design values of yield strength reduction factor.

Nel piano tetra-logaritmico lo spettro di progetto può dunque ottenersi dallo spettro elastico nel modo mostrato in figura.





200
100
50
20
10
5
2
1
0.5
V_y, in./sec
Elastic design spectrum
110.4
72.4
2.71g
μ = 1.5
μ = 2
μ = 4
μ = 6
μ = 8
10
1
0.1
0.01
A_y, g
100
10
1
0.1
u_y, in.
0.02
0.05
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
20
50
T_n, sec

d) LINEARIZZAZIONE EQUIVALENTE

Vi sono valutazioni degli effetti della duttilità alternative a quella tramite **Strength Reduction Factor** R_{μ} .

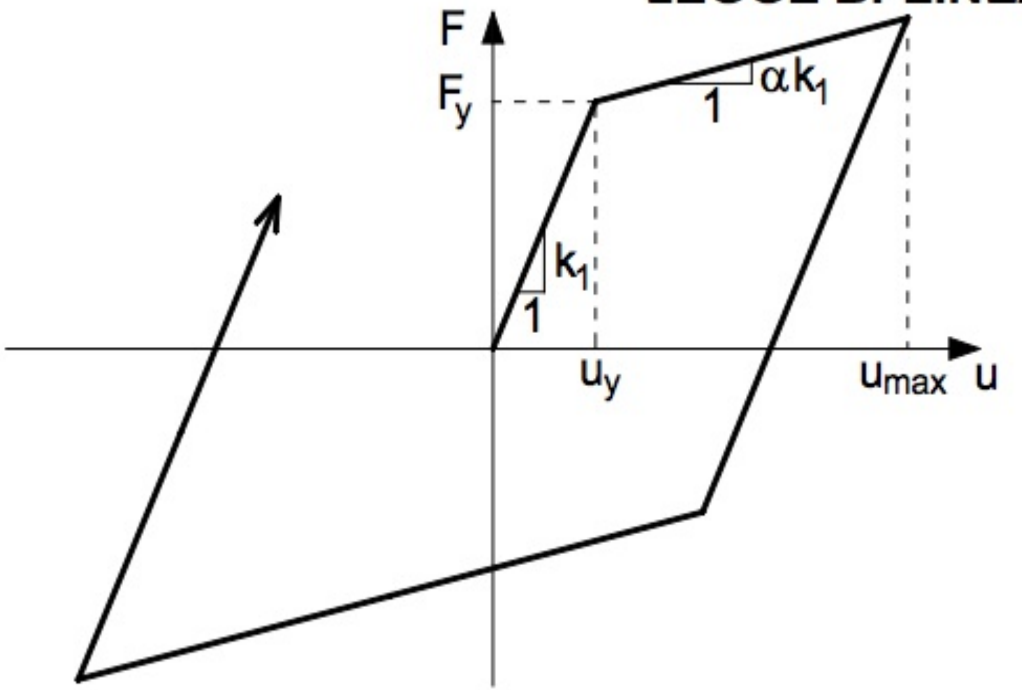
Tra queste, l'approccio più utilizzato è quello che valuta il comportamento **elasto-plastico** (non - lineare) dell'oscillatore elementare sostituendogli un oscillatore **elasto-viscoso equivalente**:

È LA LINEARIZZAZIONE EQUIVALENTE

Essa permette una migliore comprensione dei fenomeni legati alla plasticizzazione (**riduzione della rigidezza dell'oscillatore** ed **aumento dell'energia dissipata dall'oscillatore**) e della conseguente riduzione della **domanda di resistenza** (resistenza di progetto).

d) LINEARIZZAZIONE EQUIVALENTE

LEGAME COSTITUTIVO DELL'OSCILLATORE ELASTO-PLASTICO:
LEGGE **BI-LINEARE**



Parametri meccanici:

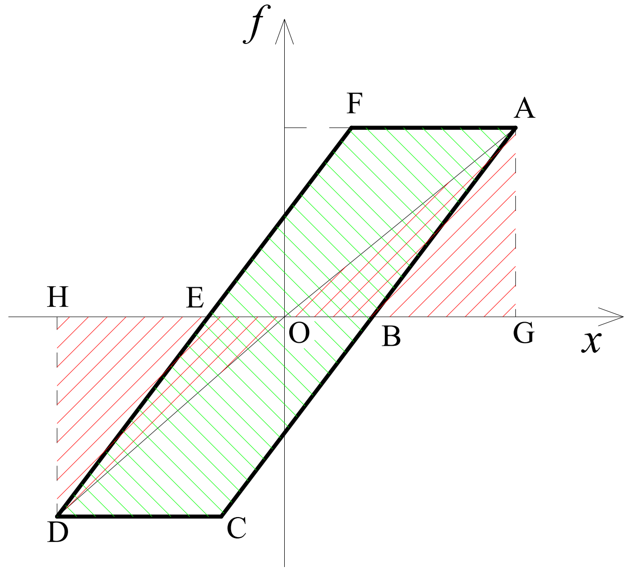
Rigidezza iniziale k_1
Incrudimento α
Duttilità $\mu = u_{max}/u_y$
Forza di snervamento F_y

L'oscillatore elasto-plastico (**EP**) può essere studiato tramite un oscillatore elasto-viscoso equivalente (**EV**) caratterizzato dai soli parametri k_e e ξ_e (rigidezza e coefficiente di smorzamento equivalenti).

Fintanto che lo smorzamento isteretico assume valori abbastanza piccoli, l'analisi di strutture a comportamento elasto-plastico può essere effettuata, in via approssimata, considerando ancora un sistema lineare elastico, caratterizzato da uno smorzamento elevato ξ_{eq} e da una rigidezza secante k_{eq} che variano in funzione del modello strutturale, dei materiali e dello stato limite considerato.

Nel sistema elastico smorzato equivalente, la costante elastica che si considera, k_{eq}, è quella corrispondente alla linea AOD, e lo smorzamento viscoso equivalente è dato da:

$$\xi_{eq} = \frac{1}{2\pi}\,\frac{\text{area ABCDEF}}{\Delta OAG + \Delta ODH} = \frac{1}{2\pi}\,\frac{\Delta W}{W}$$



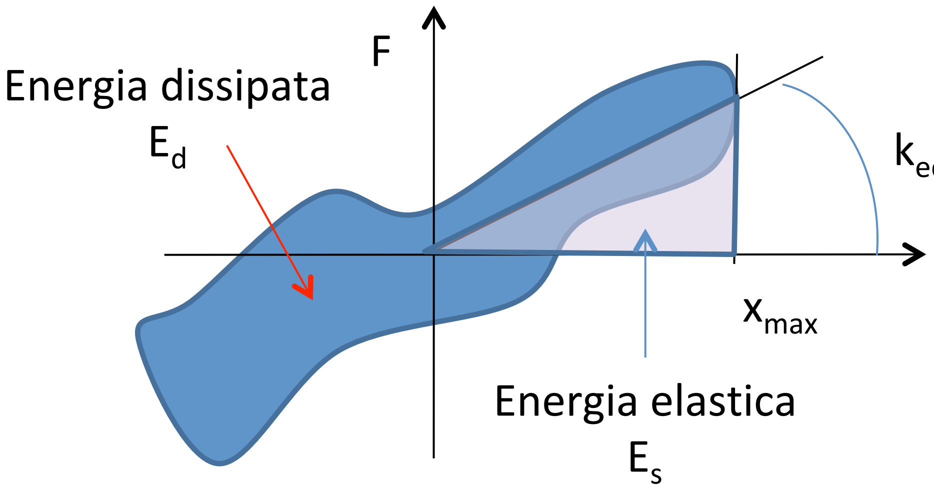
Questa relazione è ottenuta uguagliando l'area ABCDEF all'energia dissipata con uno smorzamento viscoso ξ_{eq}.

La valutazione di ξ_{eq} è abbastanza delicata.

L'analisi di un sistema smorzato equivalente è tanto meno approssimata quanto più grande è il valore di ξ_{eq}.

Linearizzazione equivalente

La soluzione per integrazione numerica delle equazioni del moto è in genere la via maestra per la determinazione della risposta ad azioni sismiche di strutture non lineari. In alternativa è possibile utilizzare il concetto sistema lineare equivalente, ossia un sistema strutturale, caratterizzato da una rigidezza e uno smorzamento equivalenti <u>in grado di permettere la determinazione delle sollecitazioni massime del sistema non-lineare.</u>

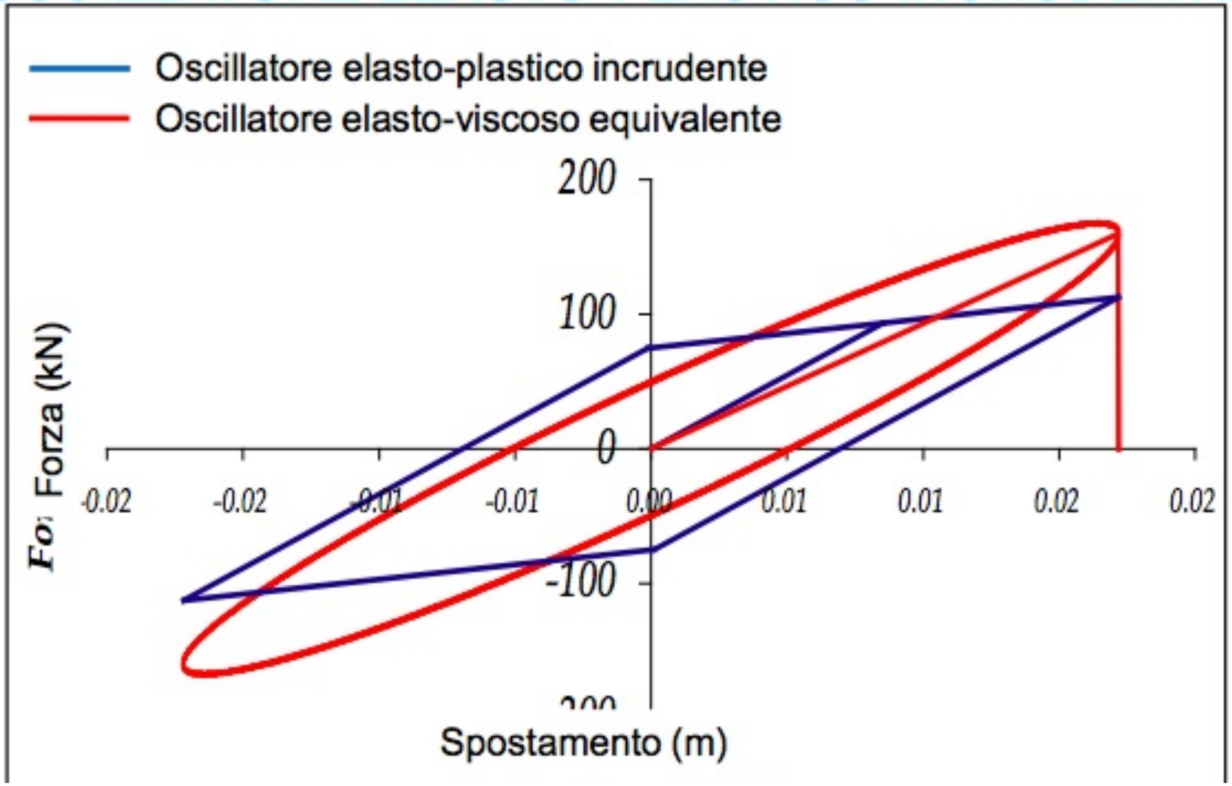


Smorzamento viscoso equivalente

$$\xi = \frac{1}{4\pi}\frac{E_d(x_{max})}{E_s(x_{max})}$$

d) LINEARIZZAZIONE EQUIVALENTE

OSCILLATORE ELASTO-VISCOSO
EQUIVALENTE AD UN
OSCILLATORE ELASTO-PLASTICO INCRUDENTE



Osservazioni sulla equivalenza

- La rigidezza della struttura varia in funzione dell’escursione in campo plastico. Una rigidezza “equivalente” costante e pari a quella elastica iniziale corrisponde quindi ad una approssimazione comunque molto rozza.
- Il meccanismo dissipativo reale della struttura `e legato all’aria del ciclo di isteresi e quindi all’ampiezza di escursione in campo plastico, e non alla velocità con cui il ciclo viene percorso. Riferirsi ad una dissipazione legata alla velocità e non alla escursione, rende quanto meno ambiguo il concetto di equivalenza.
- Già alla nascita di questo concetto (primi anni ’60), vi erano forti dubbi su una sua accettabile definizione, da parte degli stessi ricercatori che la proponevano, anche nel caso semplicissimo di oscillatore elementare ad un grado di libertà.
- Nel caso di strutture a più gradi di libertà, si aggiunge una ulteriore complicazione. Infatti, mentre la risposta “equivalente” lineare presenta comunque modi di vibrazione disaccoppiati, in rapporto diretto con la sola eccitante esterna, la risposta nonlineare è caratterizzata da forte accoppiamento modale e presenza di fenomeni caotici.

3.2.3.5 Spettri di progetto per gli stati limite ultimi

Qualora le verifiche agli stati limite ultimi non vengano effettuate tramite l'uso di opportuni accelerogrammi ed analisi dinamiche al passo, ai fini del progetto o della verifica delle strutture **le capacità dissipative delle strutture possono essere messe in conto attraverso una riduzione delle forze elastiche**, che tiene conto in modo semplificato della capacità dissipativa anelastica della struttura, della sua sovraresistenza, dell'incremento del suo periodo proprio a seguito delle plasticizzazioni. In tal caso, **lo spettro di progetto S_d(T)** da utilizzare, sia per le componenti orizzontali, sia per la componente verticale, è **lo spettro elastico** corrispondente riferito alla probabilità di superamento nel periodo di riferimento P_{VR} considerata (v. §§ 2.4 e 3.2.1), **con le ordinate ridotte** sostituendo nelle formule 3.2.4 η con 1/q, dove **q** è il **fattore di struttura** definito nel capitolo 7.

In Europa il fattore riduttivo dell'azione è indicato con **q** ed è funzione di: <u>duttilità</u>, <u>tipologia strutturale,</u> <u>caratteristiche di regolarità</u>.

Nelle **NTC-08** lo spettro di progetto è fornito dalle seguenti espressioni:

$0 \leq T < T_B$

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_o \cdot \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta \cdot F_o}\left(1 - \frac{T}{T_B}\right)\right]$$

$T_B \leq T < T_C$

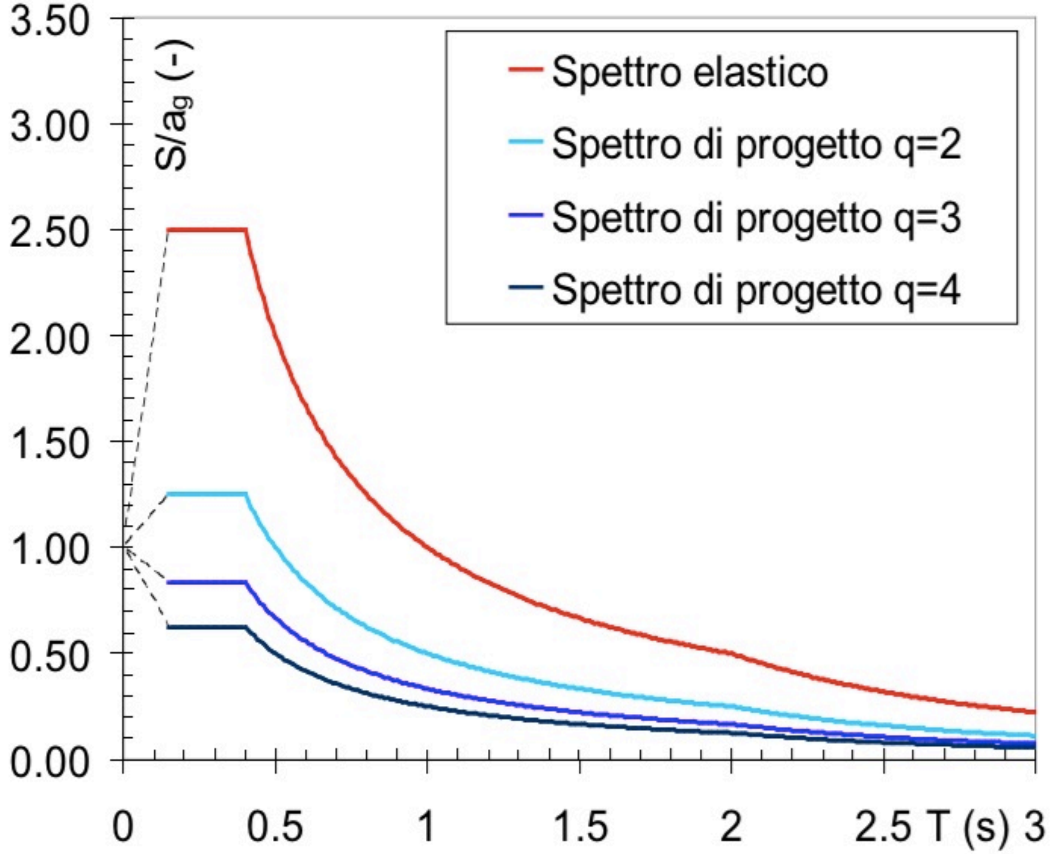
$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_o$$

$T_C \leq T < T_D$

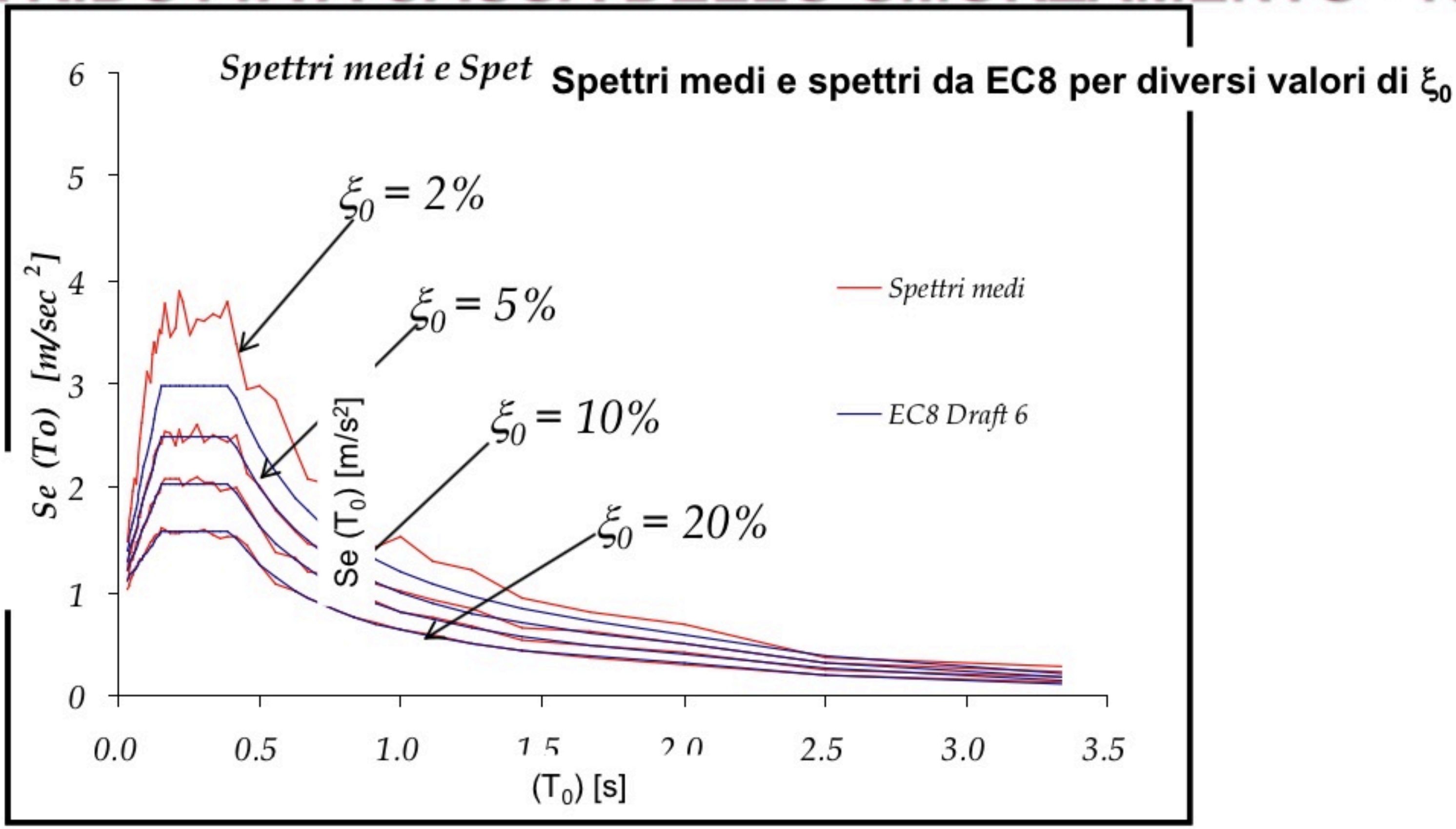
$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_o \cdot \frac{T_C}{T}$$

$T_D \leq T$

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_o \cdot \frac{T_C \cdot T_D}{T^2}$$



DOMANDA RIDOTTA A CAUSA DELLO SMORZAMENTO - R_ξ



$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5+\xi(\%)}} \geq 0.55 \Rightarrow \xi(\%) \leq 28\%$$