

# Costruzioni in zona sismica

A.A. 2019-20

SDOF systems: the design spectrum

La corretta definizione degli spettri elastici porta alla presa di coscienza della **reale entità delle azioni dovute ai terremoti violenti** che tali spettri chiaramente denunciano.

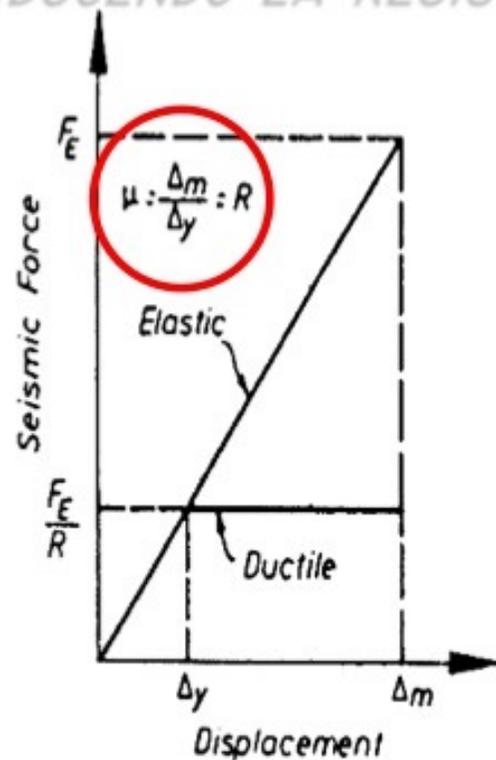
Ci si convince della **sostanziale impossibilità di realizzare**, operando in termini economicamente accettabili, **strutture antisismiche che restino elastiche durante i terremoti violenti.**

**La filosofia di progettazione delle costruzioni civili accetta, per la prima volta, l'entrata in campo plastico della struttura** e la utilizza per ridurre la risposta della struttura al sisma, ossia la usa come tecnica di protezione passiva dal sisma.

Per progettare le strutture senza consentire che durante il sisma si danneggino, imporre cioè che rimangano elastiche, le si deve dotare di elevata resistenza → elevati costi.

*COME RIDURRE I COSTI?*

*RIDUCENDO LA RESISTENZA*



***Durante il sisma una struttura meno resistente si danneggia.***

***Per quantificare il livello di danneggiamento subito da una struttura si fa tradizionalmente riferimento ad un indice sintetico: la **duttilità**.  
Minore è la resistenza, maggiore è la duttilità. Se voglio progettare strutture meno resistenti posso farlo a patto di garantire un elevato livello di danneggiamento (elevata duttilità) senza che la struttura collassi.***

# Duttilità: domanda vs. capacità

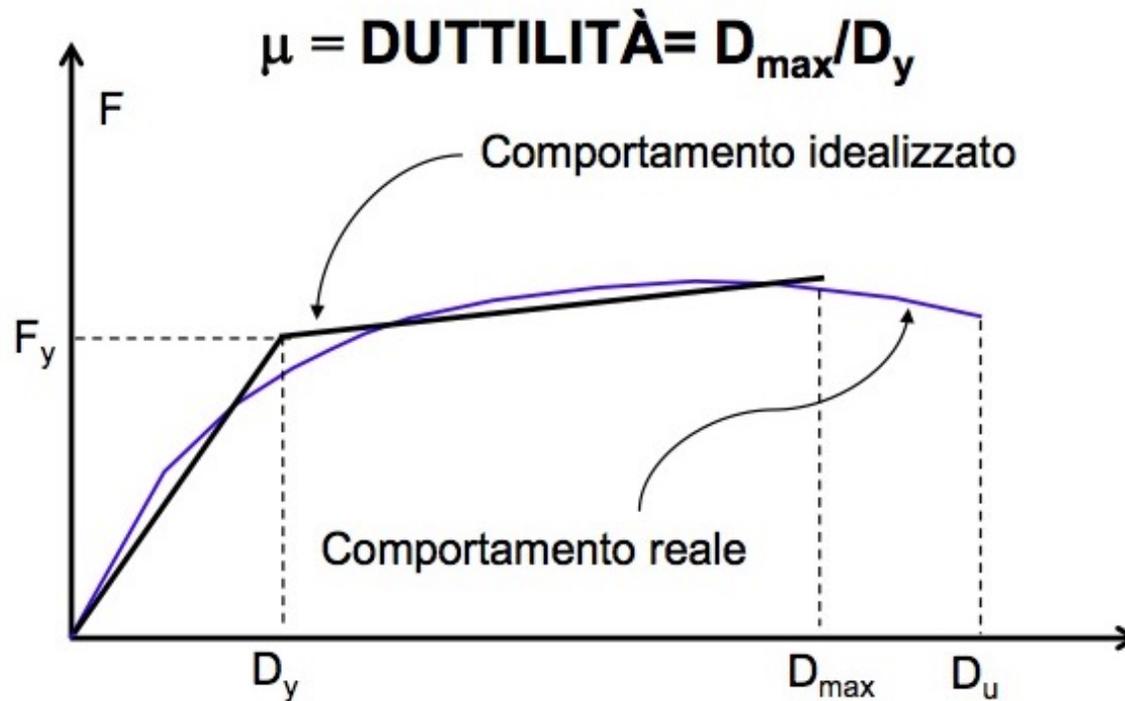
Dal punto di vista ingegneristico è bene distinguere tra:

- **La domanda di duttilità** (i.e. la massima duttilità che la struttura manifesta durante un terremoto)
  - **La capacità in duttilità** (i.e.) la massima duttilità che la struttura è in grado di garantire senza la rottura degli elementi o il manifestarsi di altre conseguenze inaccettabili.
- 
- **La domanda di duttilità** dipende da entrambi la struttura e l'azione sismica
  - **La capacità in duttilità** invece è solo una proprietà della struttura. Per una struttura nuova è controllata dal progettista che garantisce attraverso soluzioni progettuali appropriate, una adeguata capacità di escursione in campo plastico degli elementi strutturali.

# Definizione di duttilità

La duttilità può essere definita come la capacità della struttura di sostenere cicli ripetuti in campo plastico senza significativa riduzione di resistenza. Una misura di duttilità è rappresentata nella figura seguente.

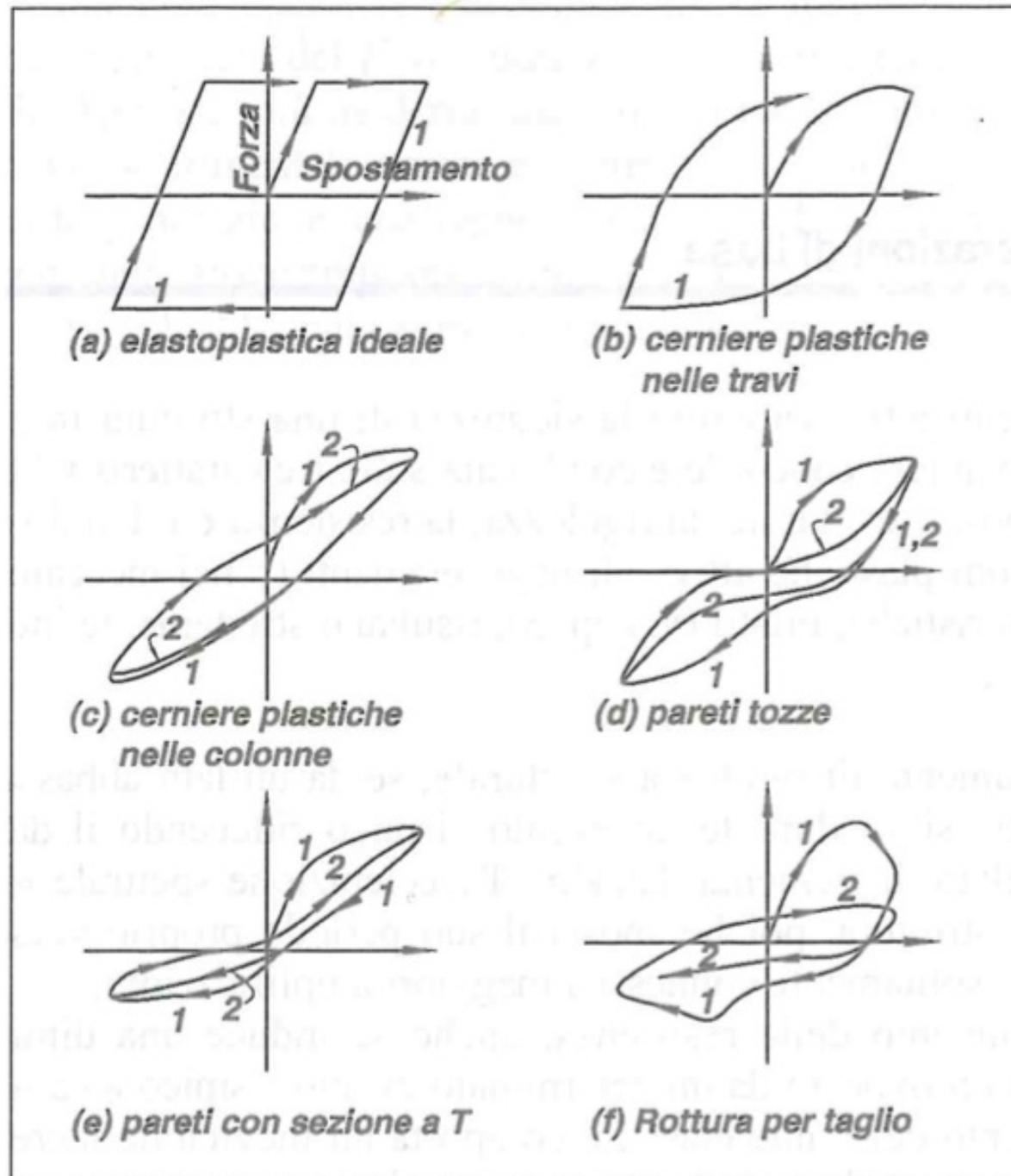
La duttilità richiesta dal sisma ad una struttura è calcolata come:



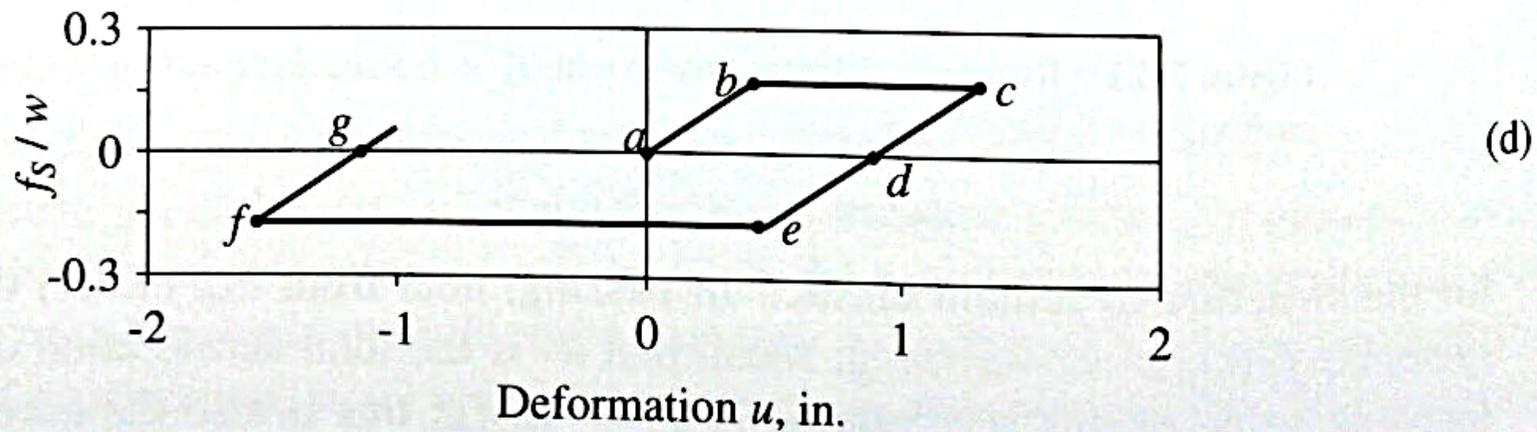
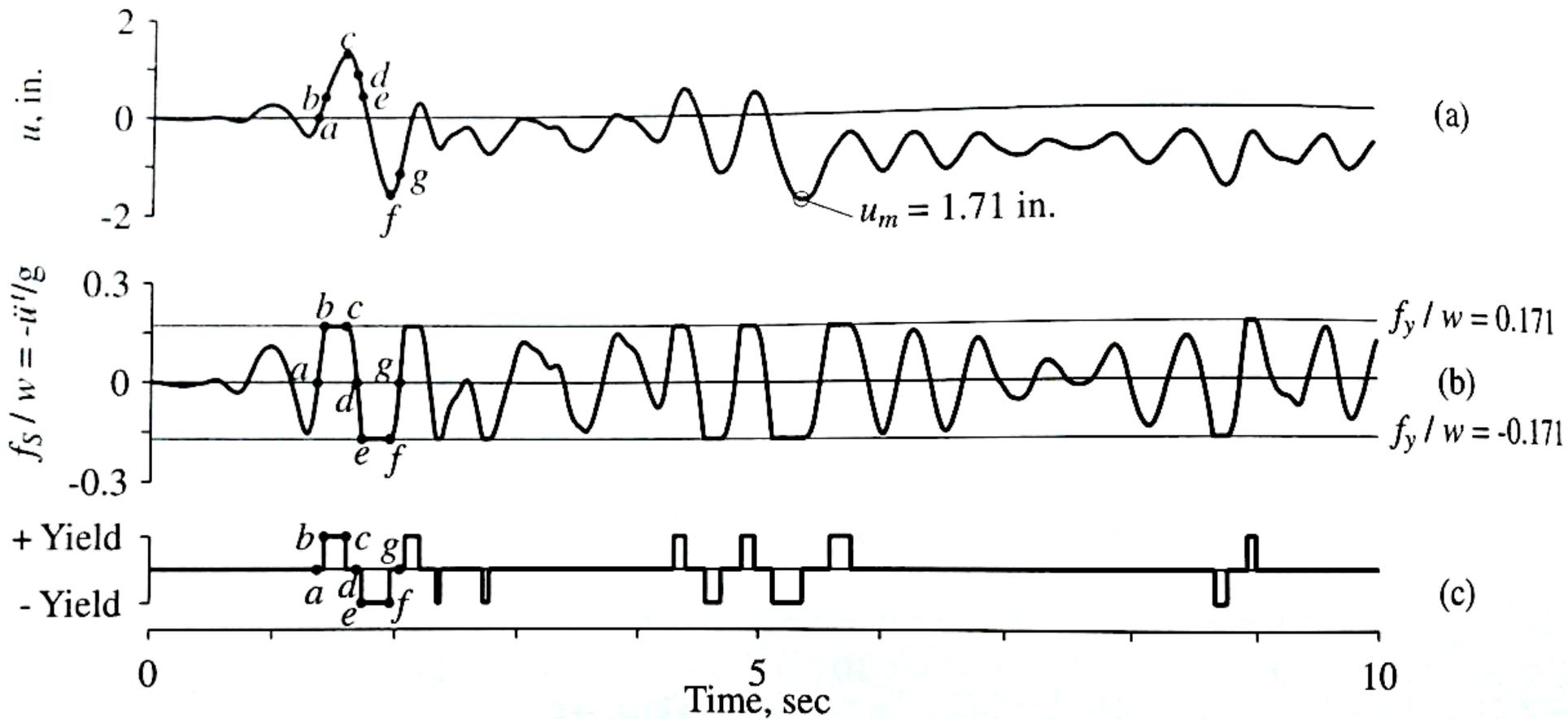
La capacità in duttilità della struttura può essere calcolata come:

$$\mu_c = D_u / D_y$$

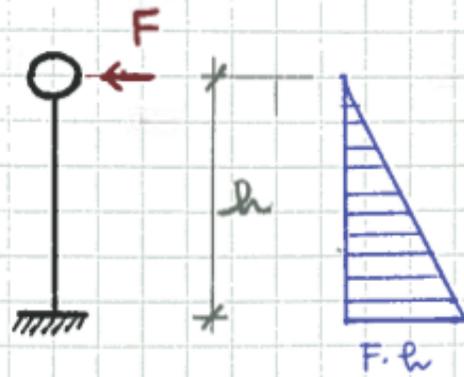
# comportamento anelastico e dissipativo dei diversi elementi strutturali



## Risposta dinamica di un sistema elasto-plastico



Plasticizzazione della struttura



$$F_{\max} = M \cdot S_a$$

$$M_{\max} = F_{\max} \cdot h = M \cdot S_a \cdot h$$

Nella condizione limite di snervamento:  $M S_a \cdot h = M_y$   
con  $M_y$  = momento di snervamento.

Per  $(M S_a) \geq \frac{M_y}{h}$  la sezione di base è andata in campo plastico → aumentano le deformazioni senza che aumenti la forza reagente  $M S_a$  → all'aumentare di  $\ddot{y}$  aumenta la distorsione della struttura ma non la sua accelerazione di risposta → il taglio massimo nella struttura è pari al taglio elastico diviso per la duttilità massima richiesta.

## Fattore di riduzione della Resistenza

Lo spettro elastico in accelerazione è impiegato per determinare la sollecitazione sismica agente sulla struttura

Ai fini della valutazione del taglio di progetto, tale valore spettrale deve essere diviso per un fattore di riduzione della resistenza  $R$  (o fattore di struttura  $q$ ) che tiene conto delle effettiva sovrarresistenza della struttura rispetto al sistema elastico e della duttilità complessiva della struttura

Taglio di progetto

$$V_{\max} = \frac{1}{R} \frac{S_{pa}}{g} w$$

Taglio di progetto dallo spettro elastico

Fattore di riduzione della resistenza  
(Strength Reduction Factor)

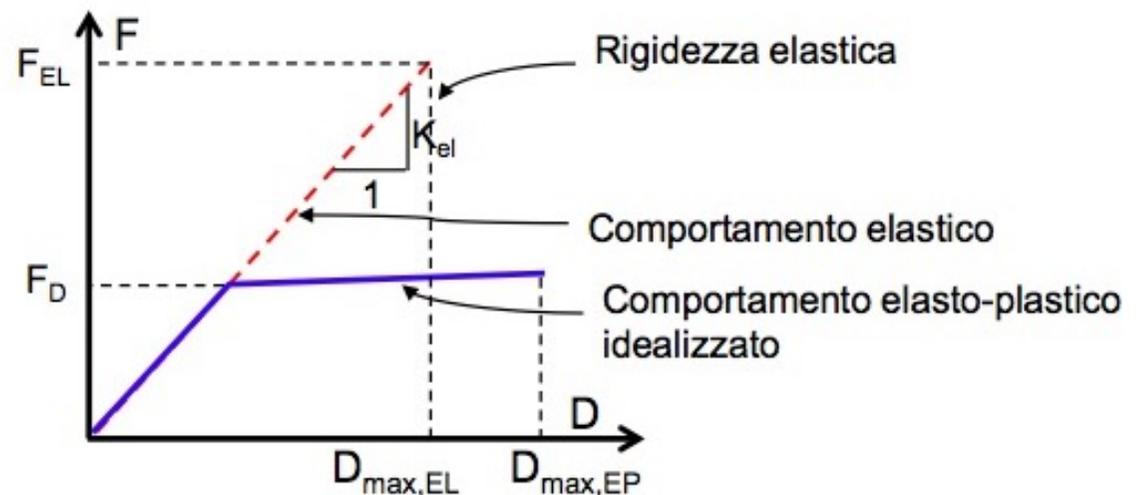
## Fattore di riduzione della Resistenza

Lo **Strength Reduction Factor**  $R_{\mu}$  fornisce il rapporto tra la forza  $F_D$  per la quale si deve progettare una struttura (**resistenza**) perché subisca un danneggiamento riconducibile ad una **duttilità**  $\mu$  e la **resistenza**  $F_{EL}$  che dovrebbe avere la stessa struttura per non subire danni, quindi per rimanere elastica :

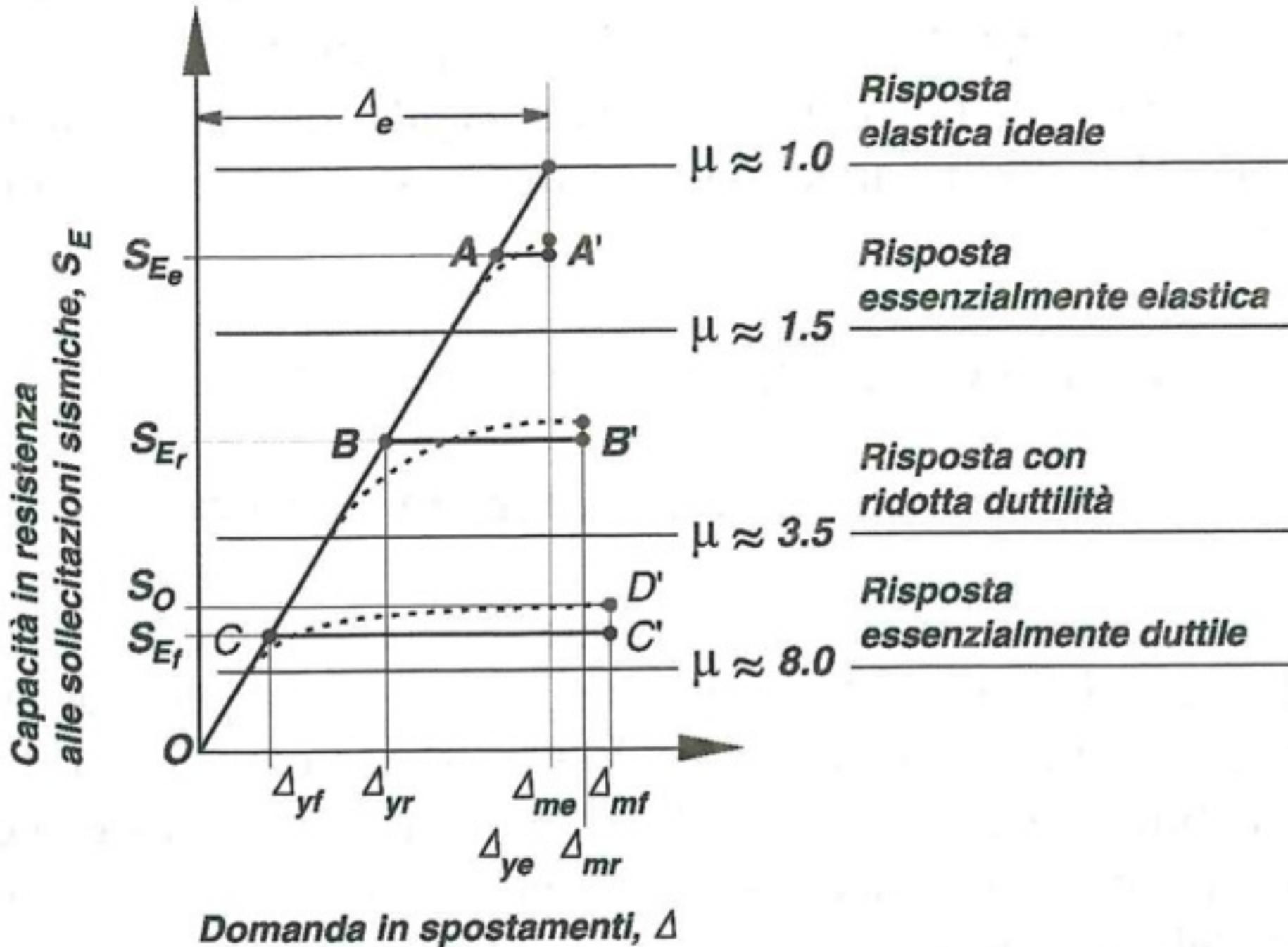
$$R_{\mu} = F_{EL} / F_D$$

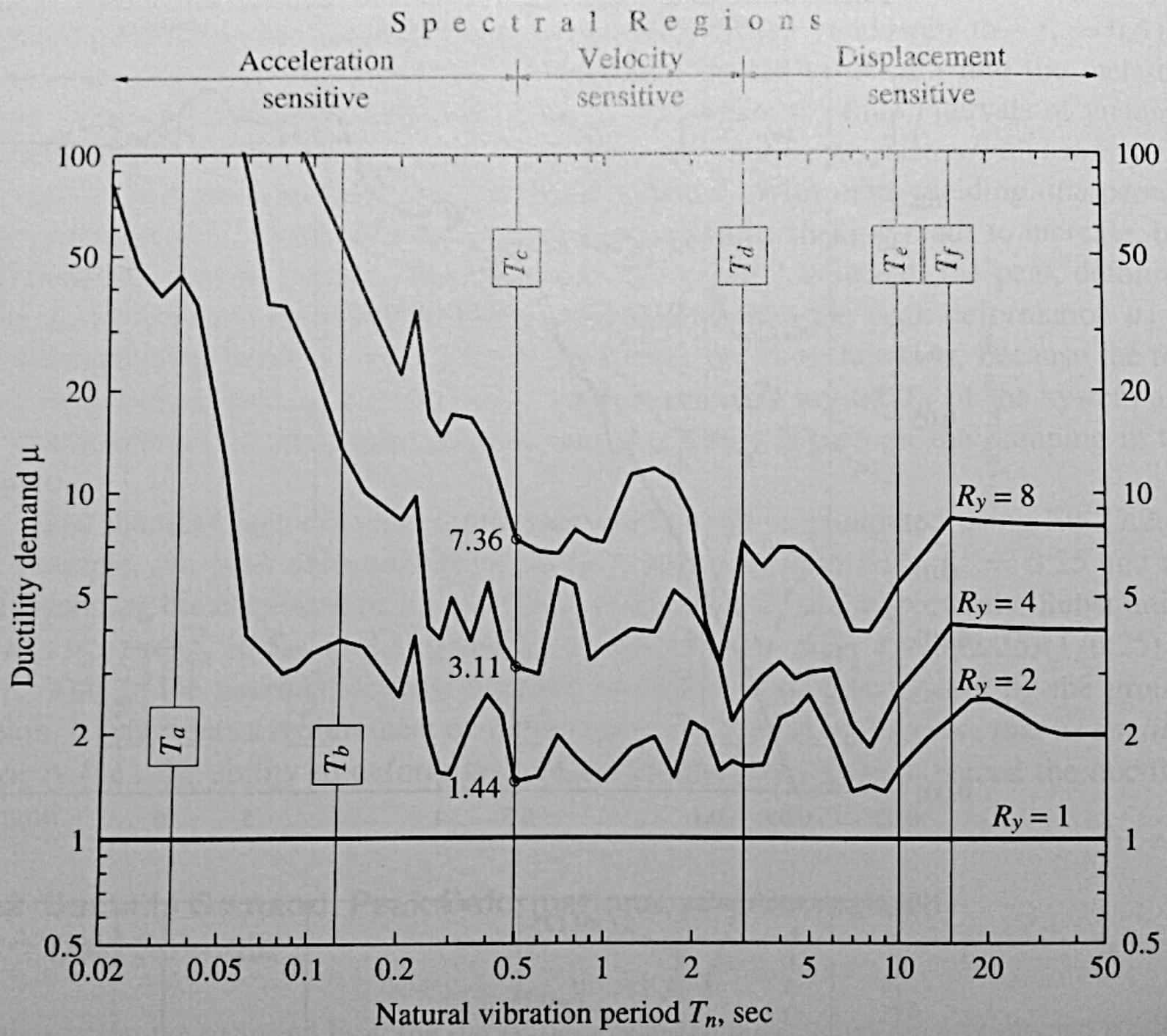
$D_{max,EP}$  spostamento massimo atteso per la struttura **Elasto-Plastica**

$D_{max,EL}$  spostamento massimo atteso per la struttura **ELastica**



## Relazione tra resistenza e duttilità richiesta

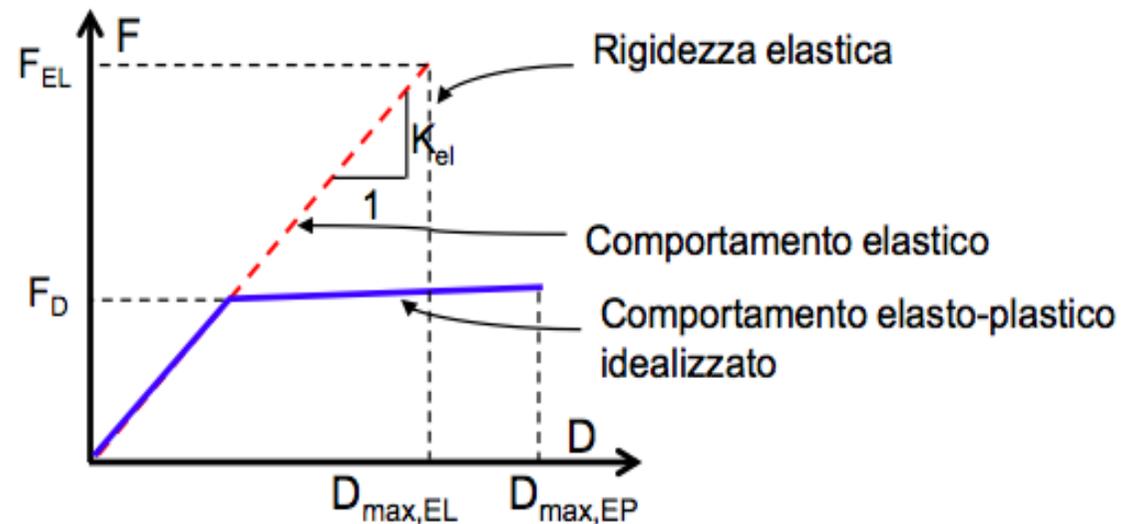




$$R_{\mu} = F_{EL} / F_D$$

$D_{max,EP}$  spostamento massimo atteso per la struttura **Elasto-Plastica**

$D_{max,EL}$  spostamento massimo atteso per la struttura **ELastica**



Nel seguito si esamineranno i diversi modi attualmente utilizzati per definire la relazione tra  $R_{\mu}$  e la **duttilità  $\mu$**  :

- a) ipotesi di uguali spostamenti;**
- b) ipotesi di uguale energia di deformazione;**
- c) relazioni empiriche;**
- d) linearizzazione equivalente.**

## STRUTTURE CON $T > T_c$

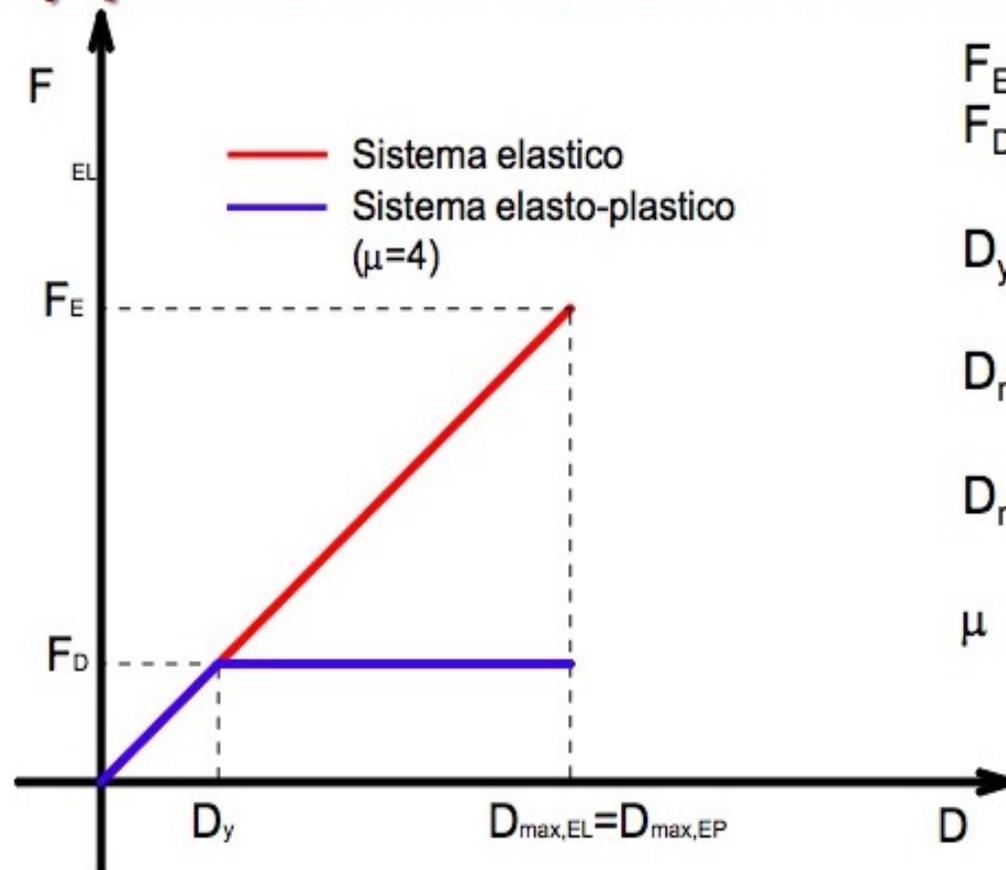
Strutture elasto-plastiche, con periodo proprio elevato ( $T > T_c$ ), non troppo degradanti: (senza crollo della forza resistente oltre il limite elastico lineare) verificano il "Principio di ugual spostamento" → lo spostamento massimo della struttura plasticizzata è uguale allo spostamento massimo che si sarebbe avuto se la struttura fosse rimasta indefinitamente elastica.

Per rispettare l'equilibrio varia la risposta in accelerazione, quindi la storia della risposta → cambia l'istante dello spostamento massimo ma non il suo valore → lo spettro di risposta in spostamento non varia in funzione dell'eventuale innesco della struttura.

Plasticizzazione  
della struttura

L'azione sismica induce un'accelerazione → la forza massima che agisce sulla massa dell'oscillatore dipende dalle caratteristiche della struttura ( $M, d, k$ ), e sollecita a flessione con un momento pari a  $M \cdot S_a \cdot h$  (se  $h$  è l'altezza dell'oscillatore) → momento massimo nella sezione di base.

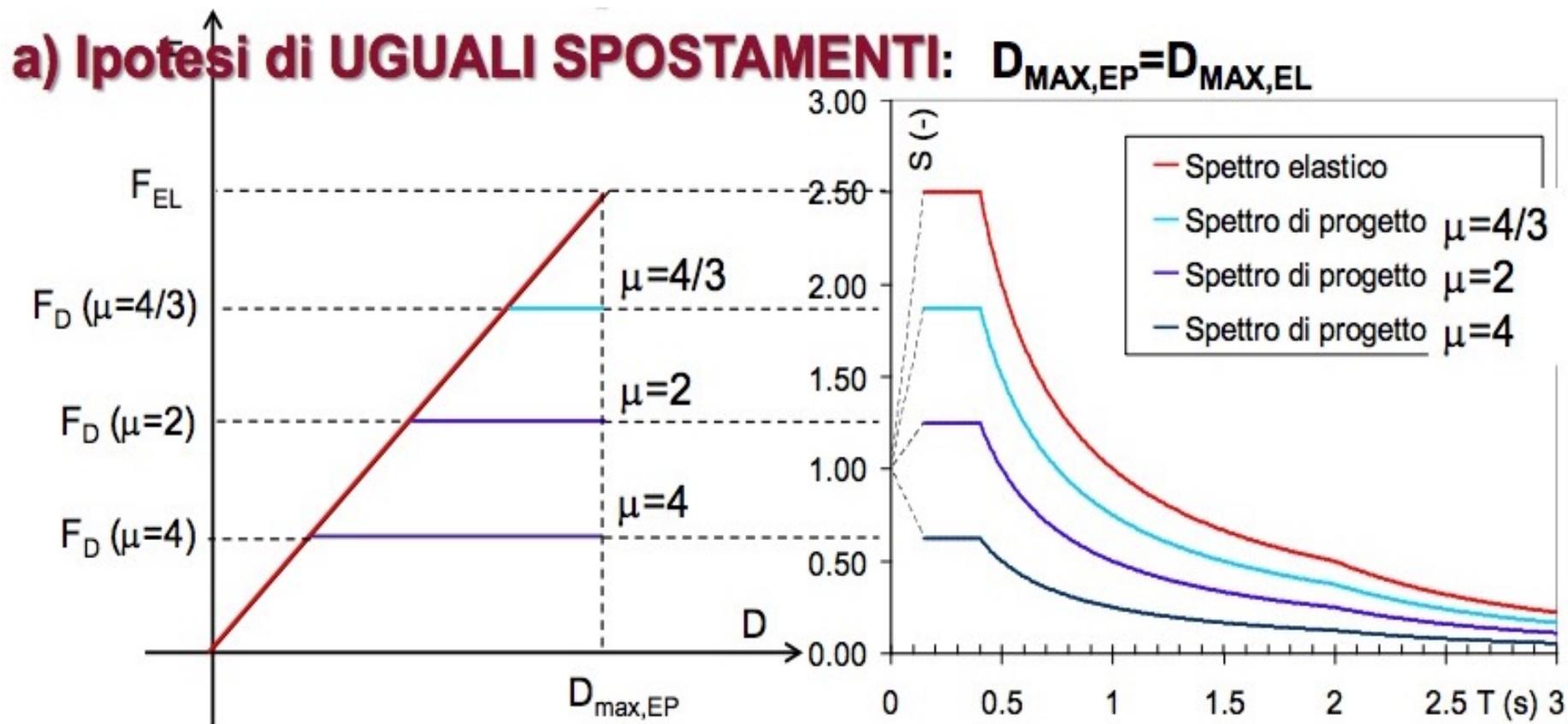
## a) Ipotesi di UGUALI SPOSTAMENTI: $D_{MAX,EP} = D_{MAX,EL}$



- $F_{EL}$  azione sismica del sistema elastico
- $F_D$  azione sismica di progetto del sistema elasto-plastico
- $D_y$  spostamento di plasticizzazione del sistema elasto-plastico
- $D_{max,EL}$  spostamento massimo del sistema elastico
- $D_{max,EP}$  spostamento massimo del sistema elasto-plastico
- $\mu$  duttilità del sistema elasto-plastico

$$\mu = \frac{D_{max,EP}}{D_y}$$

$$\frac{F_D}{D_y} = \frac{F_{EL}}{D_{max,EP}} \rightarrow F_D = F_{EL} \frac{D_y}{D_{max,EP}} \rightarrow \boxed{F_D = \frac{F_{EL}}{\mu}} \rightarrow \boxed{R_\mu = \frac{F_{EL}}{F_D} = \mu}$$



Maggiore è la duttilità, maggiore è il fattore riduttivo della resistenza  $R_\mu$  : lo **spettro di progetto** è ottenuto dividendo lo **spettro elastico** per il fattore  $R_\mu$  .

È il fattore di riduzione delle resistenze utilizzato nella NTC-08.

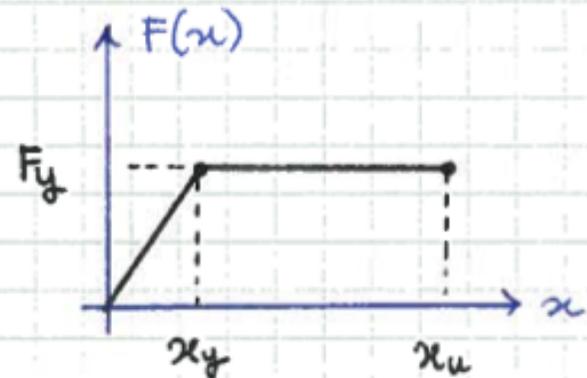
## STRUTTURE CON $T < T_c$

Strutture con periodo proprio breve ( $T < T_c$ ) verificano l'ipotesi di ugual energia (al di sotto di  $T_c$  tale ipotesi è ragionevolmente cautelativa) → la risposta in spostamento è tale da avere la stessa energia di deformazione massima dell'oscillatore elastico indefinito.

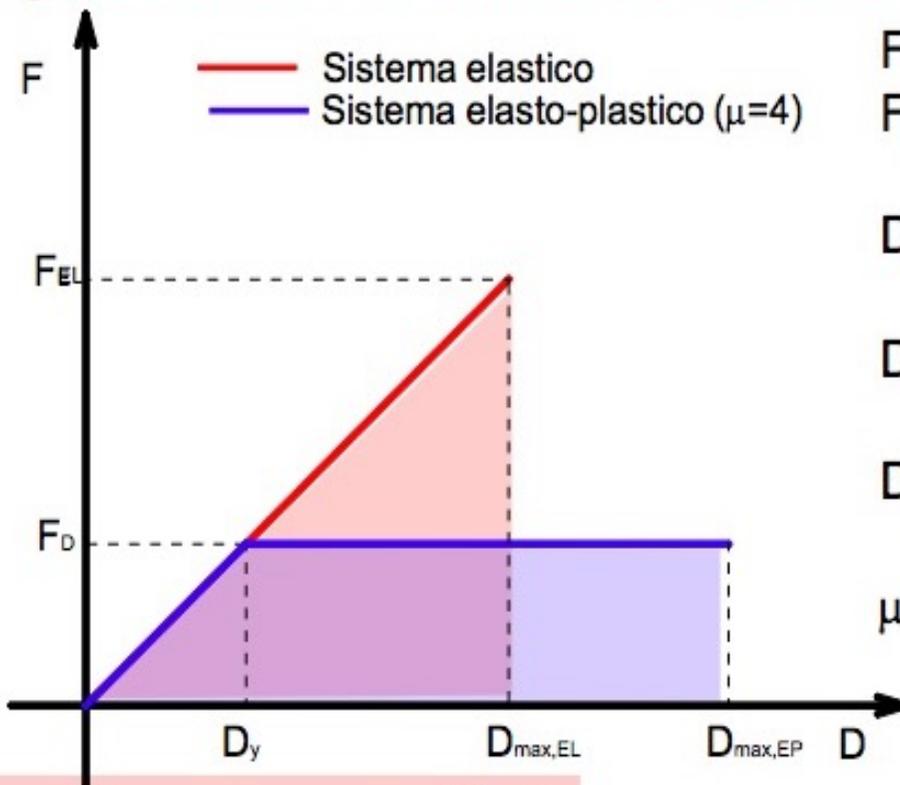
$$E_{el} = \frac{1}{2} k \cdot x_e^2 \quad ; \quad E_{ep} = \frac{1}{2} k x_y^2 + K (x_u - x_y)$$

$$E_{el} = E_{ep} \rightarrow x_u = 0.5 \left( \frac{x_e^2}{x_y} + x_y \right)$$

$$\text{duttilità: } \mu = \frac{x_u}{x_y} = 0.5 \left[ \left( \frac{x_e}{x_y} \right)^2 + 1 \right]$$



## b) Ipotesi di UGUALE ENERGIA DI DEFORMAZIONE: $E_{EP} = E_{EL}$



- $F_{EL}$  azione sismica del sistema elastico
- $F_D$  azione sismica di progetto del sistema elasto-plastico
- $D_y$  spostamento di plasticizzazione del sistema elasto-plastico
- $D_{max,EL}$  spostamento massimo del sistema elastico
- $D_{max,EP}$  spostamento massimo del sistema elasto-plastico
- $\mu$  duttilità del sistema elasto-plastico

$$E_{EL} = \frac{1}{2} F_{EL} D_{max,EL} = \frac{1}{2} \frac{F_{EL}^2 D_y}{F_D}$$

$$E_{EP} = \frac{1}{2} F_D D_y + F_D (D_{max,EP} - D_y) = \frac{1}{2} F_D D_y [2\mu - 1]$$

$$\mu = \frac{D_{max,EP}}{D_y}$$

$$E_{EL} = E_{EP}$$

$$F_D = \frac{F_{EL}}{\sqrt{2\mu - 1}}$$

$$R_\mu = \frac{F_{EL}}{F_D} = \sqrt{2\mu - 1}$$

**a) Ipotesi di UGUALI SPOSTAMENTI +**

**b) Ipotesi di UGUALE ENERGIA DI DEFORMAZIONE**

Le due ipotesi **a) e b)** appena mostrate, finalizzate a valutare il principale fattore riduttivo ( $R_{\mu}$ ) della **domanda sismica** (espressa in termini di resistenza), non sono alternative ma possono essere utilizzate entrambe per calcolare lo spettro di progetto purché per periodi di oscillazione diversi:

**1)** gli oscillatori il cui periodo proprio di oscillazione ricade nel campo delle accelerazioni costanti ( $T_B \div T_C$ ) subiranno, per effetto della plasticizzazione, un aumento di periodo e oscilleranno con periodo proprio ricadente nel campo delle velocità costanti; per essi si usa

$$R_{\mu} = \sqrt{2\mu - 1}$$

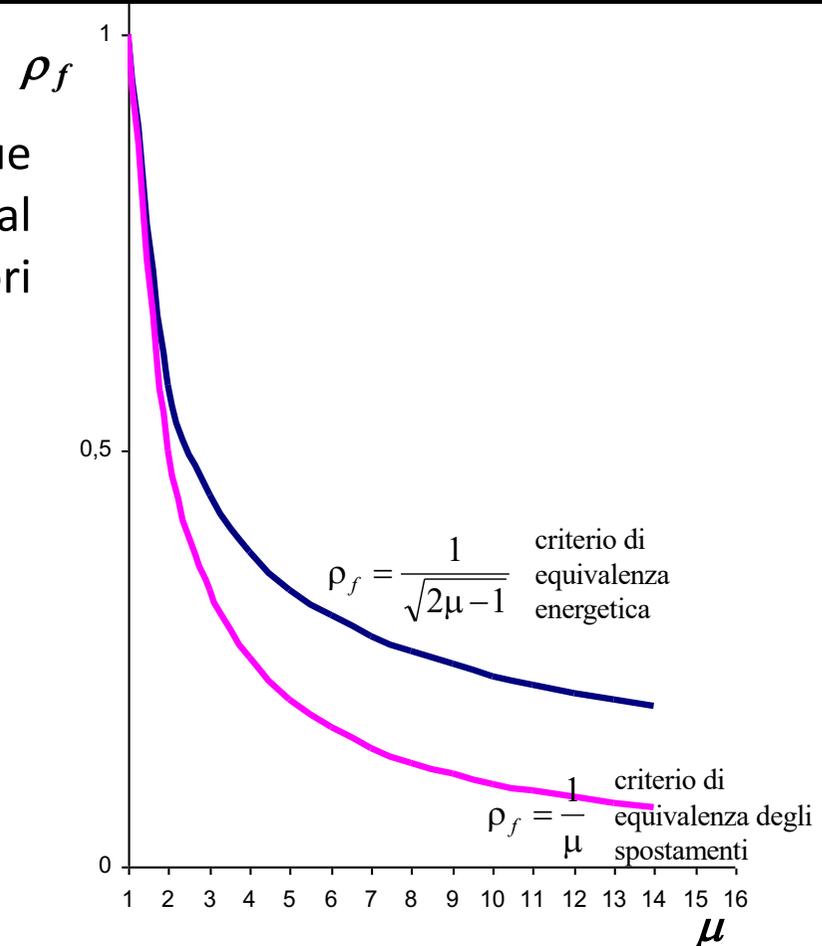
In definitiva, fissato  $\mu$ , si può ricavare il **Fattore di Riduzione delle Forze Spettrali**

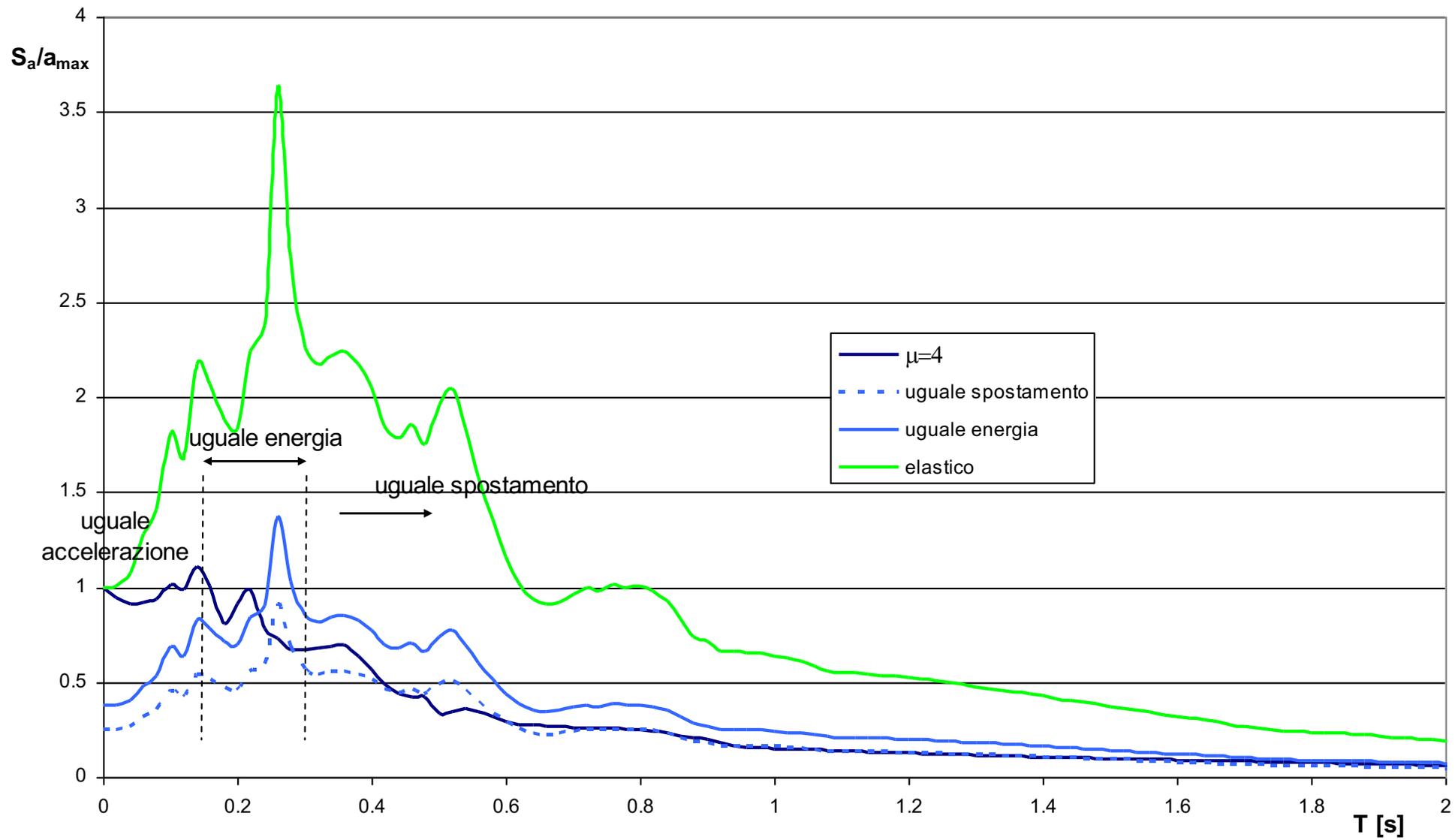
$$\rho_f = \frac{f_y}{f_{e,\max}} \cong \frac{S_a(\mu \geq 1)}{S_a(\mu = 1)} \cong \begin{cases} \frac{1}{\mu} \\ \frac{1}{\sqrt{2\mu - 1}} \end{cases}$$

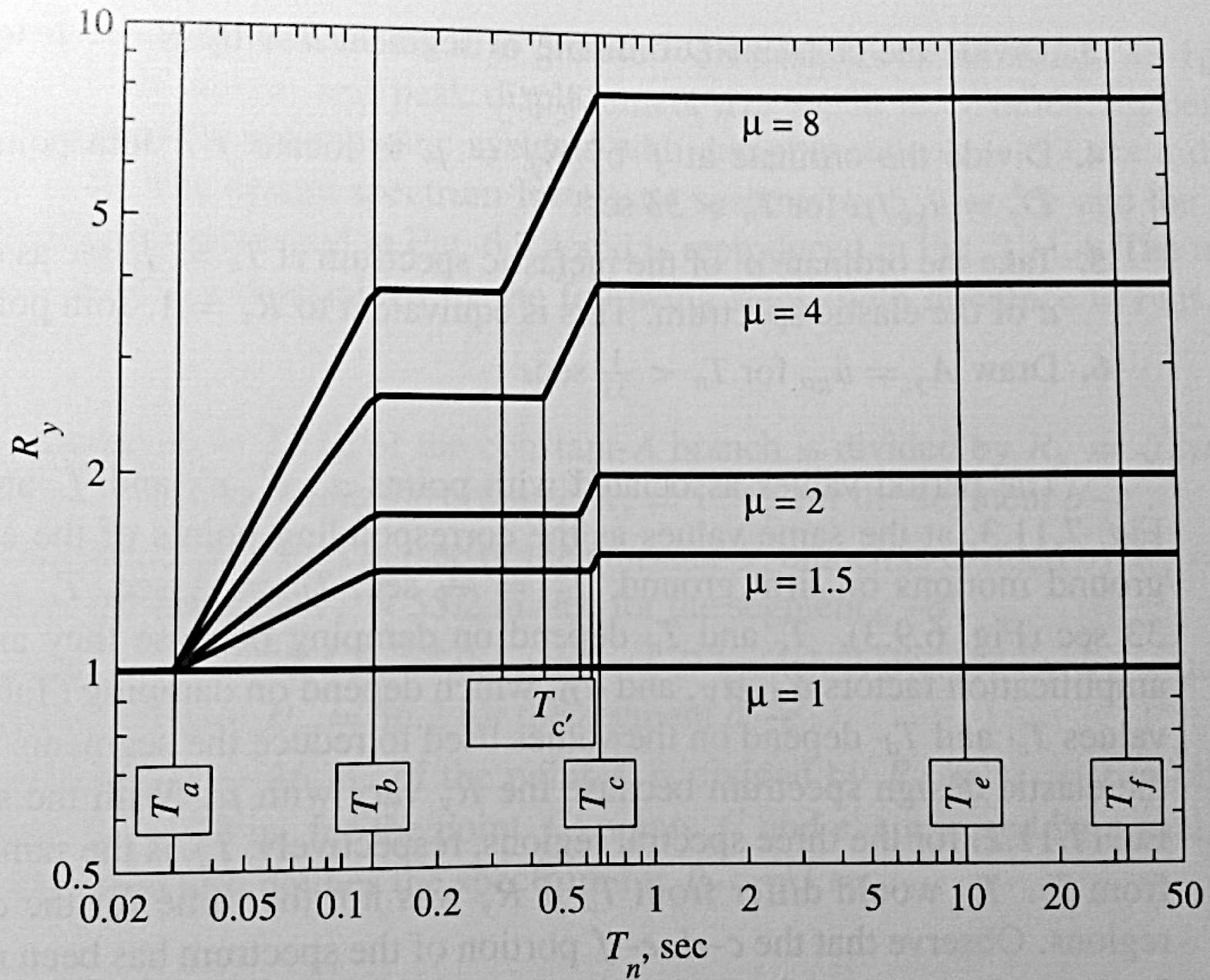
Occorre notare che, per bassi valori di  $\mu$ , i due criteri praticamente si equivalgono, mentre al crescere di  $\mu$ , il secondo criterio fornisce valori sensibilmente più bassi di  $\rho_f$ .

Alternativamente, fissato  $f_y$ , dagli spettri elastici si può dedurre la duttilità richiesta:

$$\mu_{\max} = \frac{x_{\max}}{x_y} \cong \frac{x_{e,\max}}{x_y} = \frac{f_{e,\max}}{f_y}$$

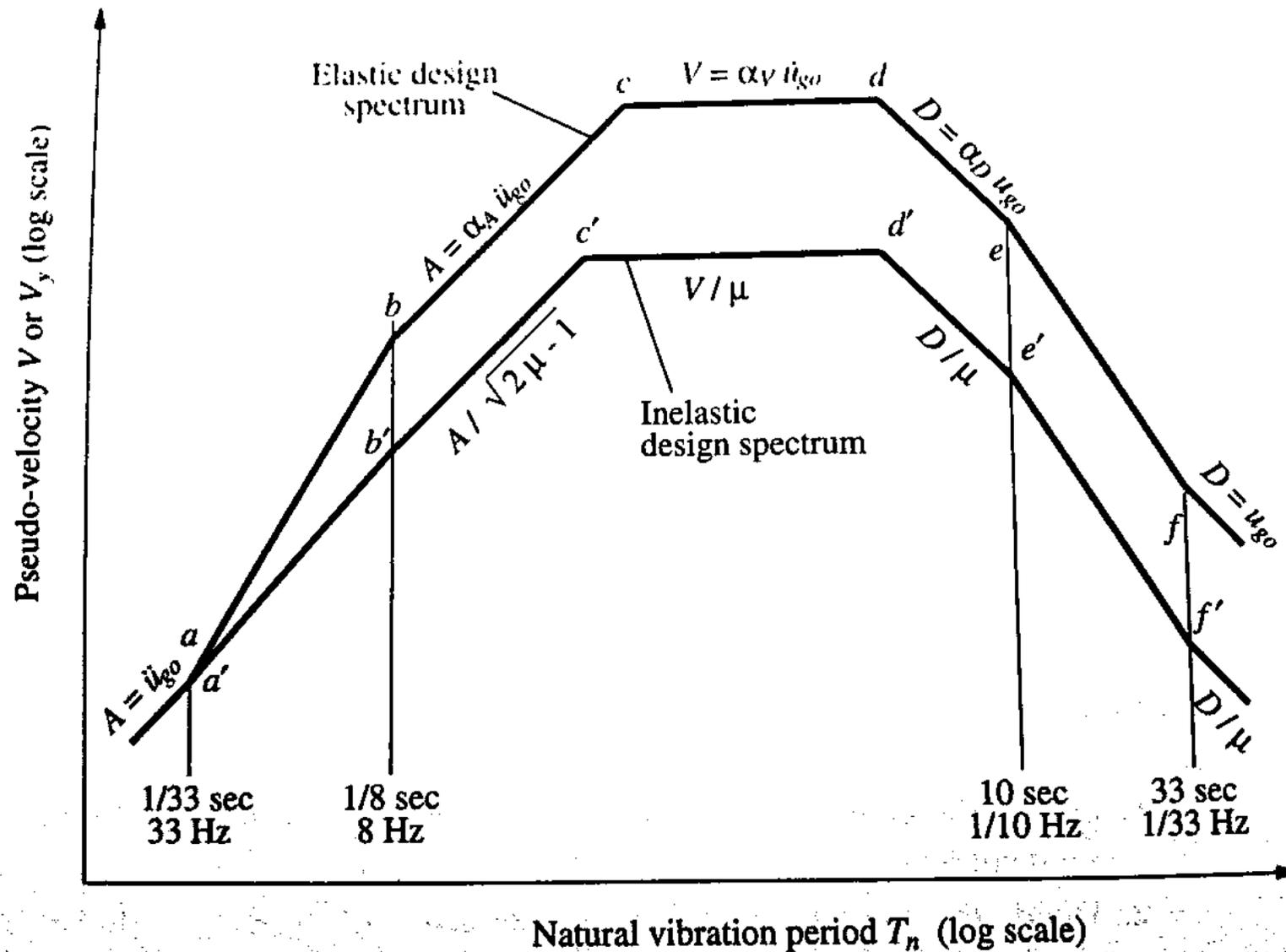


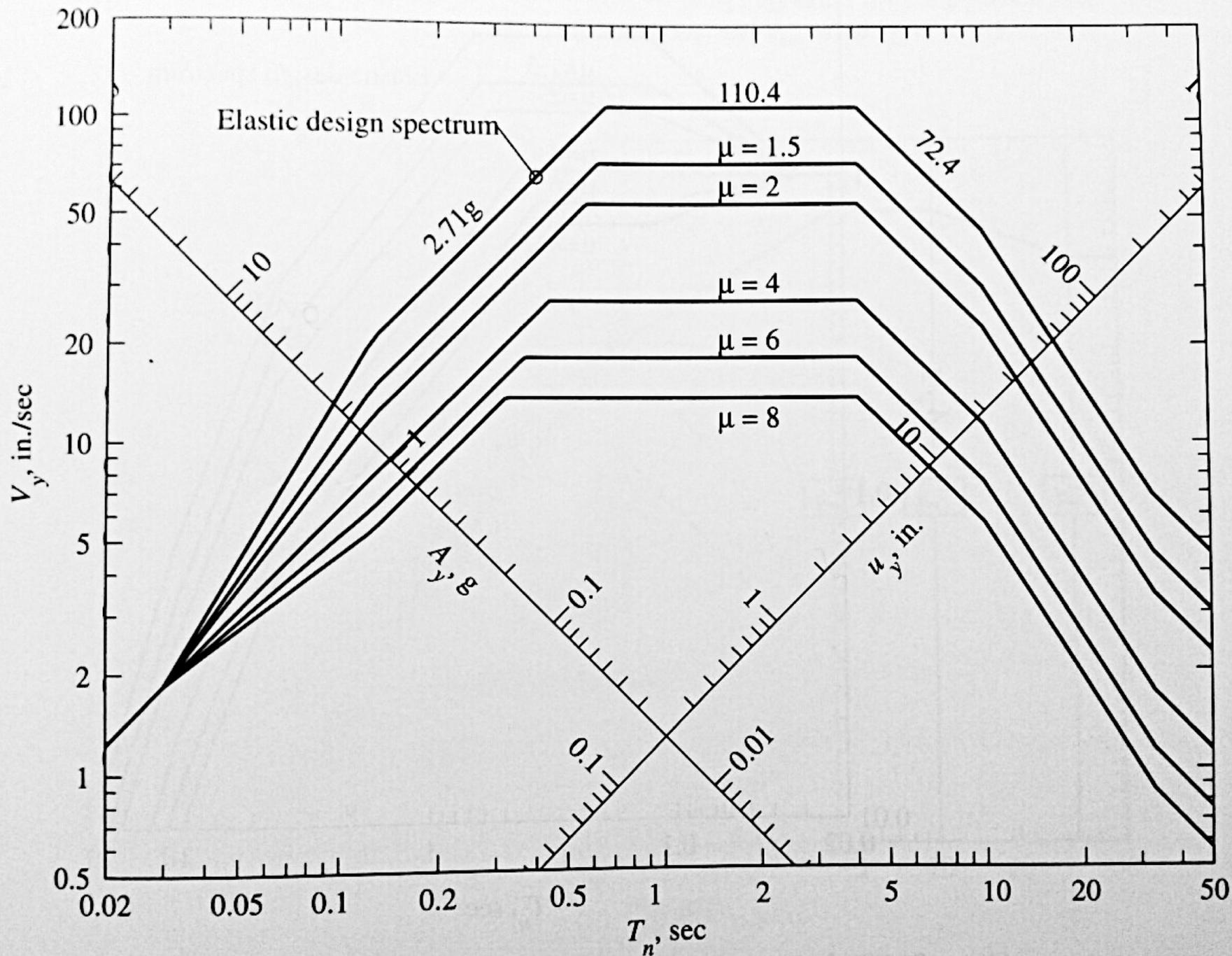




**Figure 7.11.2** Design values of yield strength reduction factor.

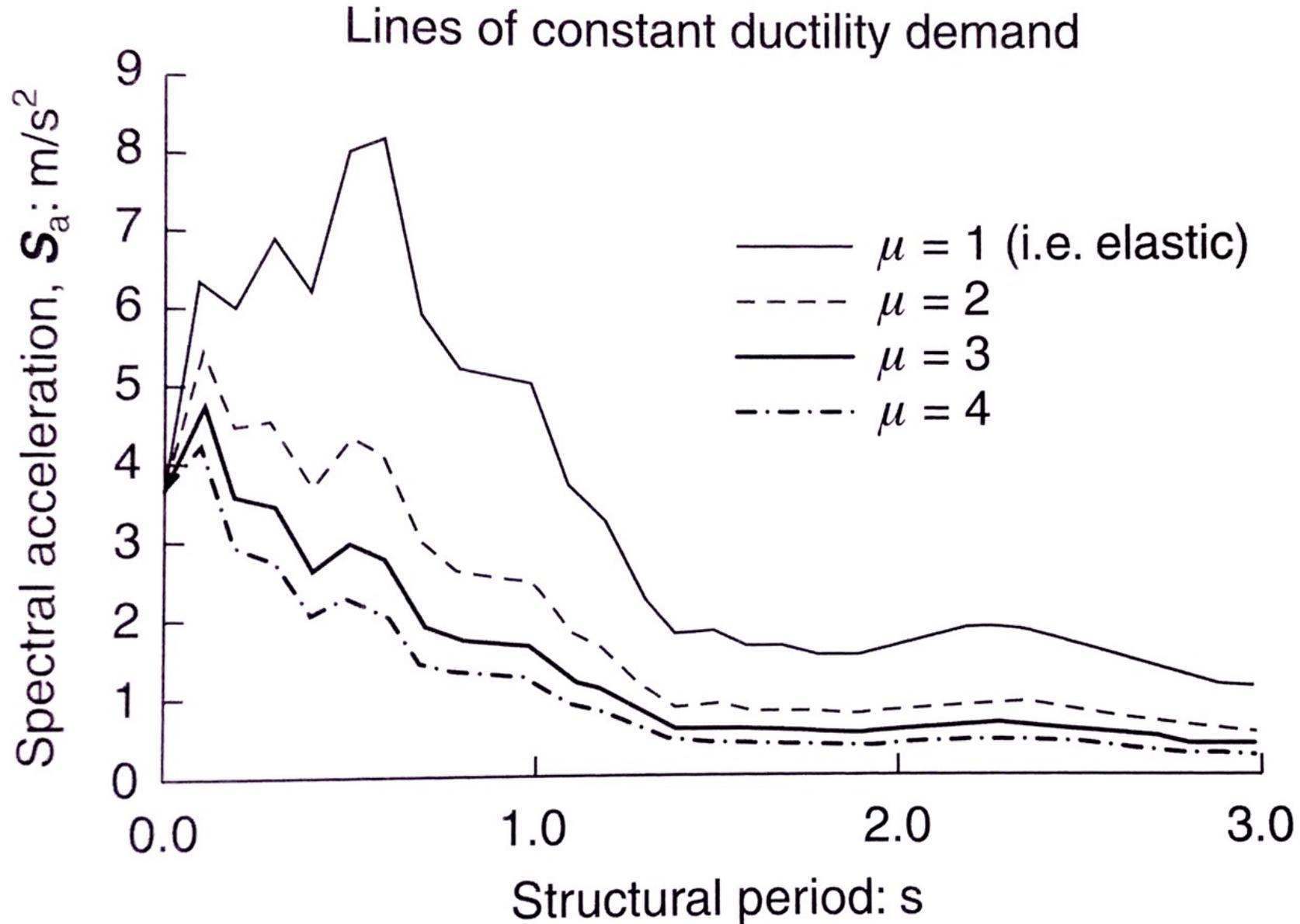
**Nel piano tetra-logaritmico lo spettro di progetto può dunque ottenersi dallo spettro elastico nel modo mostrato in figura.**





(1) for curved motions with  $\beta = 10$

## Relazione tra resistenza e duttilità richiesta



### 3.2.3.5 Spettri di progetto per gli stati limite ultimi

Qualora le verifiche agli stati limite ultimi non vengano effettuate tramite l'uso di opportuni accelerogrammi ed analisi dinamiche al passo, ai fini del progetto o della verifica delle strutture **le capacità dissipative delle strutture possono essere messe in conto attraverso una riduzione delle forze elastiche**, che tiene conto in modo semplificato della capacità dissipativa anelastica della struttura, della sua sovreresistenza, dell'incremento del suo periodo proprio a seguito delle plasticizzazioni. In tal caso, **lo spettro di progetto  $S_d(T)$**  da utilizzare, sia per le componenti orizzontali, sia per la componente verticale, è **lo spettro elastico** corrispondente riferito alla probabilità di superamento nel periodo di riferimento  $P_{VR}$  considerata (v. §§ 2.4 e 3.2.1), **con le ordinate ridotte** sostituendo nelle formule 3.2.4  $\eta$  con  $1/q$ , dove **q** è il **fattore di struttura** definito nel capitolo 7.

In Europa il fattore riduttivo dell'azione è indicato con  $q$  ed è funzione di: duttilità, tipologia strutturale, caratteristiche di regolarità.

Nelle **NTC-08** lo spettro di progetto è fornito dalle seguenti espressioni:

$$0 \leq T < T_B$$

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_o \cdot \left[ \frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta \cdot F_o} \left( 1 - \frac{T}{T_B} \right) \right]$$

$$T_B \leq T < T_C$$

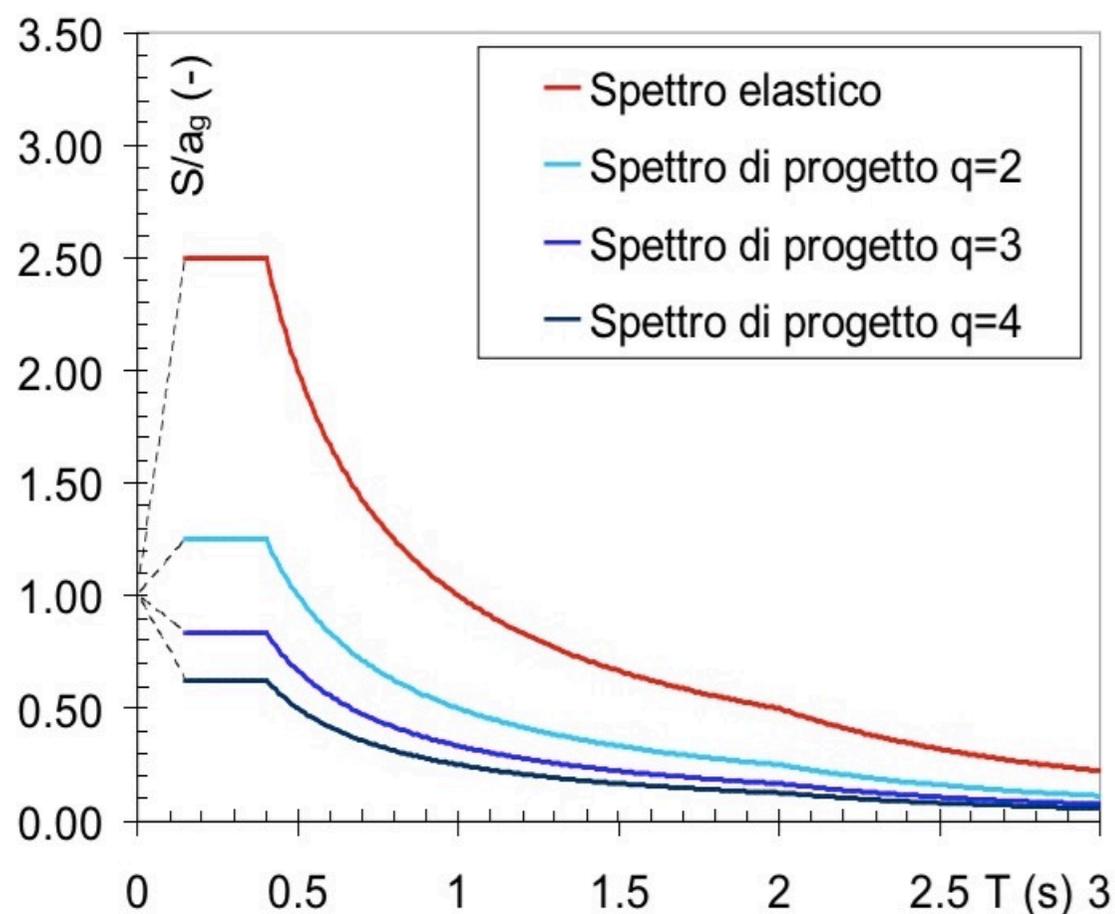
$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_o$$

$$T_C \leq T < T_D$$

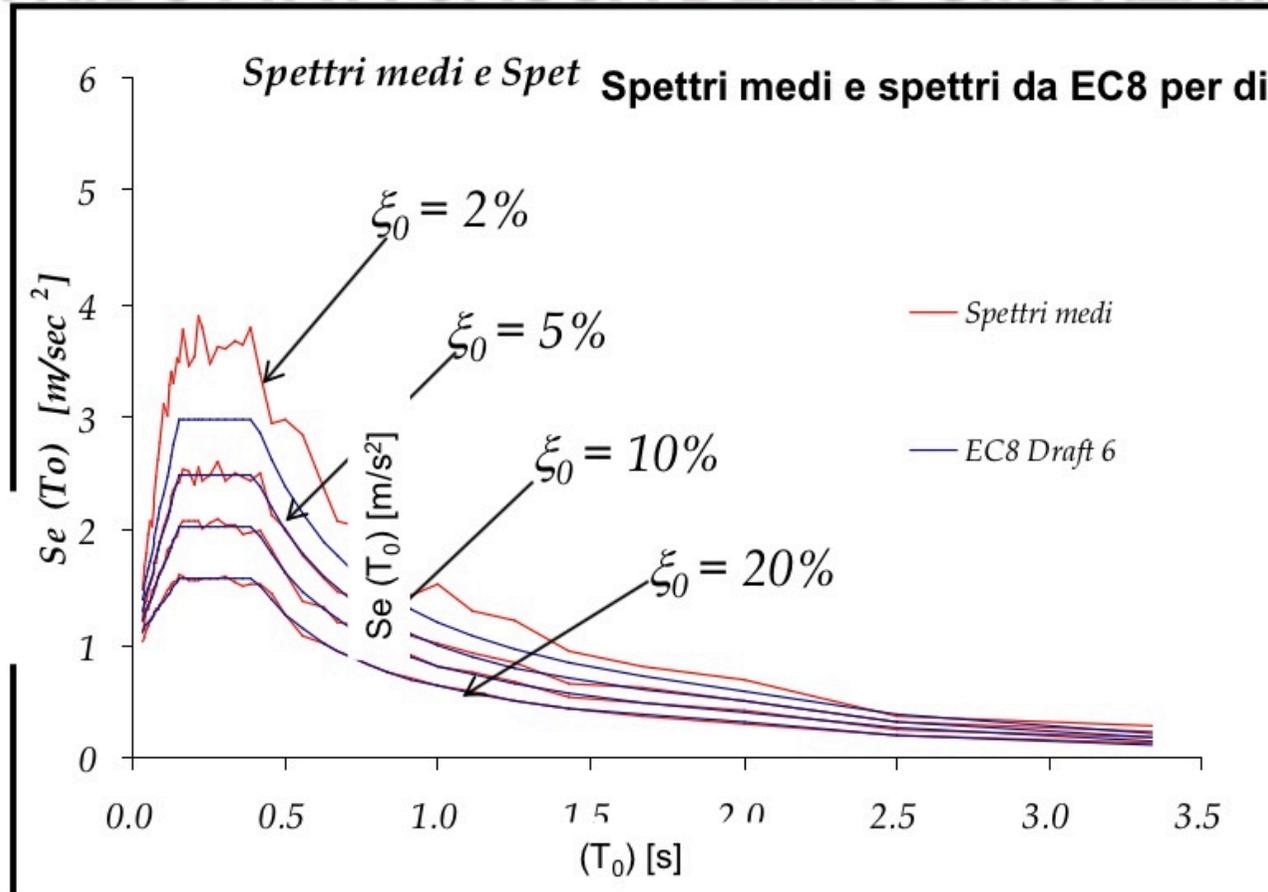
$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_o \cdot \frac{T_C}{T}$$

$$T_D \leq T$$

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_o \cdot \frac{T_C \cdot T_D}{T^2}$$



# DOMANDA RIDOTTA A CAUSA DELLO SMORZAMENTO - $R_{\xi}$



$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi(\%)}} \geq 0.55 \Rightarrow \xi(\%) \leq 28\%$$